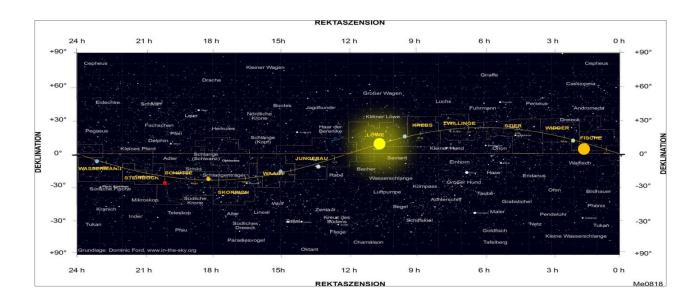
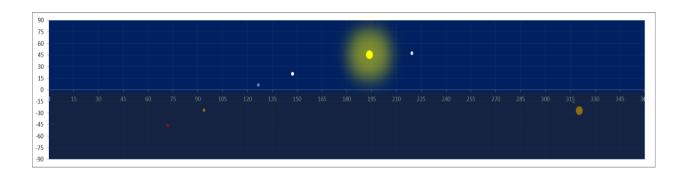
# Landeshauptstadt Hannover









19.101
Unser kleines digitales Planetarium

Sonne, Mond und 7 Planeten: Wer ist wo und wann am Himmel zu sehen?

Herausgeber: Landeshauptstadt Hannover

Schulbiologiezentrum Hannover/Schul-LAB

Titel: Unser kleines digitales Planetarium

Sonne, Mond und 7 Planeten: Wer ist wann und wo zu sehen?:

Titelbild: Ingo Mennerich

Arbeitshilfe 19.101

Verfasser: Ingo Mennerich

Herausgeber: Landeshauptstadt Hannover

Fachbereich Bibliothek und Schule

Schulbiologiezentrum Vinnhorster Weg 2 30419 Hannover Tel: 0511/168-47665 Fax: 0511/168-47352

E-Mail: schulbiologiezentrum@hannover-stadt.de

Internet: www.schulbiologiezentrum.info

# Inhalt

Unser "Kleines digitales Planetarium"	2
Wenn sich Planeten auf Kreisbahnen bewegen würden	3
Der Zeitgeber des "Planetariums"	7
Vom Kreis zur Ellipse	8
Die Position der Sonne auf ihrer scheinbaren Bahn (Ekliptik)	
Von der Ekliptik zur Rektaszension und Deklination der Sonne	9
Wann ist "Mitt-tag"? Die Zeitgleichung	12
Wann geht die Sonne auf und unter?	13
Die Positionen der Planeten auf elliptischen und geneigten Bahnen	14
Die "Ausgangslage": Ephemeriden der großen Planeten am 1. Januar 2000	15
Bahnelemente J2000	17
Elliptische Umlaufbahnen: Mittlere, exzentrische und wahre Anomalie	18
Transformation der Bahndaten in x,y,z-Koordinaten	20
Die Sonne im Zentrum: Heliozentrische Länge und Breite der Planeten	21
Von der Erde aus betrachtet: Geozentrische Länge und Breite	21
Die "Sternzeit"	23
Der "Stundenwinkel"	23
Komplex aber voraussagbar: Die Bewegung des Mondes	24
Ekliptikale Elongation des Mondes von der Sonne	26
Zu- und abnehmend: Die Mondphase	26
Ephemeriden des Mondes, J2000	28
Transformation in x,y,z-Koordinaten	29
Rektaszension und Deklination des Mondes (geozentrisch)	30
Die Entfernung des Mondes	31
Von der Erdoberfläche gesehen: Topozentrische Position des Mondes	31
Rektaszension und Deklination (Sonne, Mond und Planeten)	33
Aus Rektaszension und Deklination werden Höhe und Azimut	34
Benutzte Quellen	35
Genauigkeit der Ergebnisse	36

Acht große Planeten und der kleine, heute nicht mehr zu den Planeten gezählte Pluto bewegen sich auf mehr oder weniger elliptischen Bahnen um die Sonne. Hinzu zu zählen sind eine Vielzahl von Kleinplaneten, Asteroiden und Kometen. Der zur EXPO 2000 im Schulbiologiezentrum eingerichtete und etwa 140 m lange "Planetenpfad" bildet die Größe und Bahnradien der Sonne und der Planeten vom Merkur bis Pluto maßstabgetreu ab. Hier stehen die golfballgroße Sonne und die nur stecknadelkopfgroßen Planeten in einer geraden Reihe, einer Konstellation die natürlich nur sehr selten einmal vorkommt.



Das Bild links zeigt die "große Konjunktion" der Planeten Mars, Saturn und Jupiter östlich (links) der Sonne und westlich (rechts) von ihr Merkur und Venus im Mai 2000. Von der Erde aus gesehen, standen sie "in Reihe".

Ausschnitt aus unserem "Kleinen Planetarium" (01.05.2000).

Die Bewegung der Planeten folgt den Gesetzen der Schwerkraft. Ausgehend von ihrer Position zu einem bestimmten Zeitpunkt und in Kenntnis ihrer Bewegung in der Zeit kann man ihre Lage zueinander zu jedem Zeitpunkt vorhersagen.

Das ist allerdings mit einigem rechnerischen Aufwand verbunden. Astronomen der frühen Neuzeit gelang das durch Beobachtung und mühevolles "händisches" Rechnen. Heute können wir uns auf die Rechenleistung von Computern und relativ leicht zu handhabenden Programme stützen. Die Formeln, von klugen Leuten erdacht findet man in ebenso klugen Büchern und im Internet das

sich wie so, wenn man forschend unterwegs ist, wie eine riesige und vielfältige Fundgrube erweist. Die mathematische Herleitung der Rechenmethoden ist hier nicht nötig. Dies ist keine wissenschaftliche Arbeit, es zählt allein die mehr oder weniger gute Übereinstimmung der Ergebnisse mit professionellen Astro-Programmen. Laden Sie sich das "Kleine Planetarium" herunter und vergleichen sie es mit dem, was am "realen" Himmel zu sehen ist oder den vielen Daten, die sie auf ihrem Computer, ihrem Tablet oder ihrem Smartphone finden können.

Ein Planetarium ist vergleichbar mit einer Uhr, bei der ein Pendel und eine Vielzahl ineinandergreifender Zahnräder für einen stetigen Lauf sorgt. Ist sie einmal eingestellt, folgen ihre Kreise beschreibenden Zeiger der gleichmäßig ablaufenden Zeit.



Das ist das Prinzip der mechanischen Planetarien, auch "Orrery" genannt).

Die Firma Astromedia vertreibt einen aus sehr stabiler Pappe gefertigten Bausatz eines "Kopernikus-Planetariums" das, von einer Kurbel angetrieben, die Bewegung der inneren Planeten, der Erde und des Mondes veranschaulicht.

(www.astromedia.de)

Im westfriesischen Franeker bei Leeuwarden (Niederlande) gibt es ein über 200 Jahre altes, von einem hölzernen Räderwerk angetriebenes und immer noch erstaunlich genau gehendes mechanisches Planetarium.

(www.planetarium-friesland.nl/de)

Unser "Kleines Planetarium" ist nicht mehr als der Versuch einer einfachen digitalen Version der mechanischen Varianten und vielleicht eine Alternative zu professionellen, aber in der Schule nicht so gut einsetzbaren weil zu komplexen Astro-Programmen.

# Unser "Kleines digitales Planetarium"

Ziel des Programms ist es, den "Tanz der Planeten um die Sonne" und die Positionen der Sonne, des Mondes und der Planeten am Himmel auf möglichst bedienungsfreundliche und einfache Weise abzubilden. So kompliziert wie die dahinter steckende Mathematik, so einfach die Bedienung:

Es reicht im ersten Schritt, das gewünschte Datum und die Zeit einzugeben.

Das Programm berechnet dann, ausgehend von den Basisdaten am 01.01.2000 (Epoche J2000)

- die entsprechende Position der Planeten im Sonnensystem mit der Sonne im Mittelpunkt (heliozentrisch")
- die ekliptikale Position der Sonne, des Mondes und der Planeten, so wie sie sich auf der Bahnebene der Erde (Ekliptik) um uns herum zu bewegen scheinen.
- Ihre Positionen in Bezug auf den von der Erde aus betrachteten Sternenhimmel (Rektaszension und Deklination).
- die Phase des Mondes in Prozent, zu- oder abnehmend.

Nach Eingabe der Ortskoordinaten (geographische Länge und Breite) berechnet das Programm

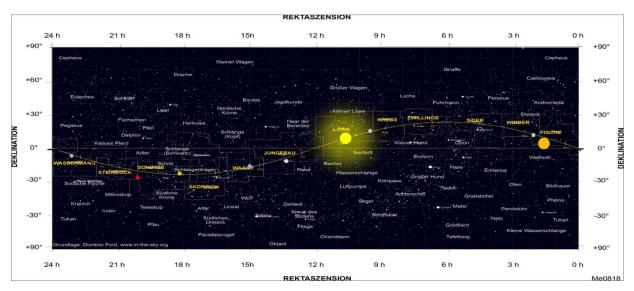
- den Azimut, d.h. die Kompassrichtung (0 360°)
- die Höhe über dem Horizont in Grad
- die Zeiten und Orte ihres Auf- und Untergangs

Das "Kleine Planetarium" steht als Excel-Programm im Internet. Die hinter den Bewegungen von Sonne, Mond und Planeten stehenden Rechenmethoden sind in dieser Unterrichtshilfe zusammengefasst.

Vielleicht können wir damit den einen oder die andere motivieren und dabei helfen, in einer Arbeitsgemeinschaft ein eigenes und vielleicht viel besseres "Planetarium" auf die Beine zu stellen...

## Testdatum 30.08.2018, 12:00 UTC (14:00 MESZ)

Für alle wesentlichen Rechenschritte ist das rechnerische Ergebnis für den 30. August 2018 12:00 Weltzeit dargestellt. Damit lassen sich die selbst erstellten Programmschritte kontrollieren.



# Wenn sich Planeten auf Kreisbahnen bewegen würden...

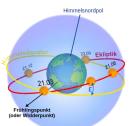
Beginnen wir mit einer sehr vereinfachenden Annahme:

- Die Planeten beschreiben Kreise um die Sonne
- Ihr Bahnradius und ihre Bahngeschwindigkeit bleiben stets gleich
- Alle Planeten bewegen sich auf einer Ebene

Bekannt ist der Abstand der Planeten in Astronomischen Einheiten (Mittlere Distanz Sonne - Erde, AE) und der Winkel zum Frühlingspunkt zu einem bestimmten Zeitpunkt (01.01.2000).

	AE	Länge (J2000)
Merkur	0,387	252,3
Venus	0,723	182,0
Erde	1,000	100,5
Mars	1,524	355,5
Jupiter	5,203	34,4
Saturn	9,537	49,9
Uranus	19,191	313,2
Neptun	30,069	304,9
Pluto	39,482	238,9

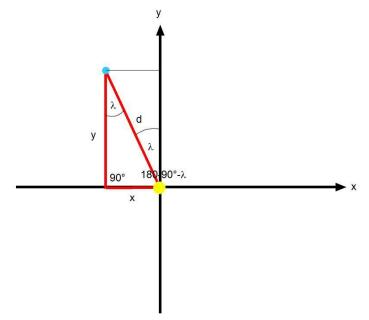
Der Frühlingspunkt ist die Verlängerung der Linie Erdmittelpunkt - Sonne zum Zeitpunkt der Tagundnachtgleiche im Frühjahr ins All:



Grafik: Wikipedia, Frühlingspunkt

Dann lassen sich die bekannten und hier aufgelisteten Positionen der Planeten zum Zeitpunkt der Momentaufnahme (Epoche J2000 = 01.01.2000) im x,y-Koordinatensystem darstellen. Ursprung des Koordinatensystem ist die Sonne (x = 0, y = 0). Das unten abgebildete rechtwinklige Dreieck hat die Seiten x, y und d. Die Länge d ist bekannt (Bahnradius in AE)

Zwei Winkel sind bekannt: 90° und  $\lambda$ , der Winkel zum Frühlingspunkt. Da die Winkelsumme im ebenen Dreieck stets 180° beträgt muss der dritte Winkel 180-90- $\lambda$  groß sein.



Aus dem Sinussatz folgt dann

$$\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma}$$

$$\frac{d}{\sin 90} = \frac{x}{\sin \lambda} = \frac{y}{\sin(180 - 90 - \lambda)}$$

$$x = \frac{d * \sin \lambda}{\sin 90}$$

$$y = \frac{d * \sin(180 - 90 - \lambda)}{\sin 90}$$

Da der Sinus von 90° = 1 ist folgt

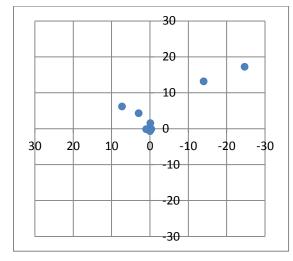
$$x = d * \sin \lambda$$

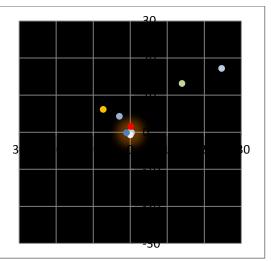
$$y = d * sin(90 - \lambda)$$

Beispiel: Übertrage die heliozentrische Position des Jupiters am 01.01.2000 (Epoche J2000) ins X,Y-Koordinatensystem

$$x = d * \sin \lambda$$
  $x = 5,203 * \sin 34,4$   
 $y = d * \sin(90 - \lambda)$   $y = 5,203 * \sin(90 - 34,4)$   
 $x = 2,94$   
 $y = 4,29$ 

	AE	Länge	Х	у
Sonne			0	0
Merkur	0,387	252,3	-0,37	-0,1
Venus	0,723	182,0	-0,02	-0,7
Erde	1,000	100,5	0,98	-0,2
Mars	1,524	355,5	-0,12	1,5
Jupiter	5,203	34,4	2,94	4,3
Saturn	9,537	49,9	7,30	6,1
Uranus	19,191	313,2	-13,98	13,1
Neptun	30,069	304,9	-24,67	17,2





Dieser "Grundzustand" verändert sich laufend: Jeder Planet hat eine eigene, von der Masse der Sonne und der Distanz Planet - Sonne abhängige Bahngeschwindigkeit. Gemeinsam ist den Planeten die Bewegungsrichtung: Von "oben" gesehen drehen sich alle gegen den Uhrzeigersinn um die Sonne..

Aus den Umlaufzeiten lassen sich die täglich wachsenden Winkel berechnen (360° / Umlaufzeit in Tagen) und den Ausgangswinkeln am 01.01.2000 hinzufügen.

Die Anzahl der seit dem Grundzustand (01.01.2000) vergangenen Tage lässt sich mit der EXCEL-Funktion DATEDIF berechnen (=DATEDIF(B1;B2;"d"), hier am Beispiel des Testdatums 30.08.2018:

	A	В
1	DATUM 1	01.01.2000
2	DATUM 2	30.08.2018
3	ANZAHL TAGE	6816

	Jahre	Tage	Winkel / Tag
Sonne			
Merkur	0,241	88	4,09
Venus	0,616	225	1,60
Erde	1,00	365	0,99
Mars	1,858	687	0,52
Jupiter	11,862	4333	0,08
Saturn	29,458	10760	0,03
Uranus	84,014	30687	0,01
Neptun	164,793	60192	0,01

Ausgangswinkel + Anzahl Tage seit 01.01.2000 \* Winkel / Tag

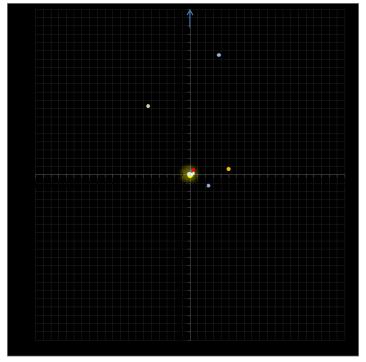
Da die Ergebnisse mehr oder weniger schnell 360° überschreiten müssen sie auf 360° normiert werden. Das heißt: Erreicht der Wert 360 oder ein Vielfaches davon wird dies vom Ergebnis abgezogen.

Das leistet EXCEL mit der "Ganzzahl"-Funktion

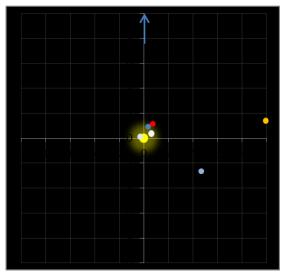
Ergebnis - GANZZAHL(Ergebnis/360)\*360

So werden beispielsweise aus  $450^{\circ} = 450 - 360 = 90^{\circ}$  und aus  $6150^{\circ} = 6150 - 17*360 = 30^{\circ}$ 

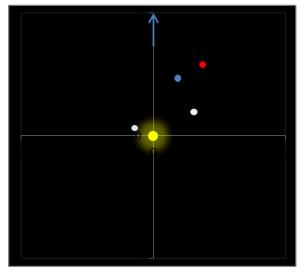
Für den 30.08.2018 erhalten wir diese Konstellationen:



	Länge	х	у
Sonne		0	0
Merkur	65,7	0,35	0,2
Venus	302,1	-0,61	0,4
Erde	338,4	-0,37	0,9
Mars	327,3	-0,82	1,3
Jupiter	240,7	-4,54	-2,5
Saturn	278,0	-9,44	1,3
Uranus	33,2	10,51	16,1
Neptun	345,6	-7,45	29,1

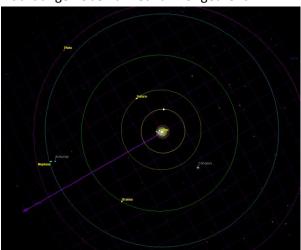


Sonne und Planeten Merkur - Saturn Heliozentrisch (Sonne in der Mitte)

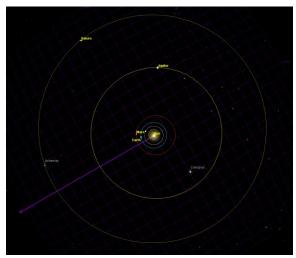


Sonne und Planeten Merkur - Mars

Zum Vergleich: Das Sonnensystem am 30.08.2018 im Astro-Programm "StarGazer". Achtung: Die Richtung des Frühlingspunktes und die Planetenpositionen sind hier gegenüber den Abbildungen oben um etwa 120° gedreht.



Sonne und Planeten Merkur - Neptun



Sonne und Planeten Merkur - Saturn

Die Übersetzung Darstellung mit der Sonne in der Mitte in eine irdische Perspektive erfolgt indem man die von den heliozentrischen x,y-Koordinaten der "extraterrestrischen" Planeten die der Erde abzieht.

$$x_{geozentrisch}^{Planet} = x_{heliozentrisch}^{Planet} - x_{heliozentrisch}^{Erde}$$
 $y_{geozentrisch}^{Planet} = y_{heliozentrisch}^{Planet} - y_{heliozentrisch}^{Erde}$ 

Wenn man sich auf den Blick "von oben" auf das Sonnensystem beschränkt, reicht die Annahme der Kreisbahnen völlig aus. Die Ungenauigkeiten kann man zunächst ignorieren.

Anders, wenn man Sonne, Mond und Planeten am Himmel darstellen möchte. Dann muss man berücksichtigen, dass sie sich auf elliptischen und geneigten Bahnen mal schneller und mal langsamer bewegen, und dass die Bewegungsachsen sich zusätzlich, wenn auch langsam, langsam drehen.

# Der Zeitgeber des "Planetariums"

Heutige digitale Astronomieprogramme (z.B. Redshift oder Skyview) basieren auf der "Momentaufnahme" des Alls zu einem gemeinsamen Zeitpunkt, dem 1. Januar 2000 um 12:00 Erdzeit (TT, nahezu identisch mit der Weltzeit UTC).

12 Uhr wählte man, um einen Datumswechsel in der von Astronomen natürlich bevorzugten Nacht zu vermeiden. Die (heliozentrischen) Ausgangspositionen im Sonnensystem und die Veränderungen pro Zeiteinheit sind unter "Epoche J2000" im Internet abrufbar.

Gibt man ein Datum ein, berechnet der Computer die Zeitdifferenz und Lageveränderungen zu J2000. Zähleinheit sind entweder Tage oder die Bruchteile eines Jahrhunderts. Maßgeblich ist das "Julianische Datum" (JD), d.h. die Anzahl der Tage seit dem 1. Januar 4723 v.u.Z. Dieses System kommt ohne das komplizierte Regelwerk der Schaltjahre des heute gültigen Gregorianischen Kalenders aus. Das Julianische Datum hat übrigens nichts mit dem Julianischen Kalender zu tun!

01.01.2000 12:00 entspricht JD 2451545,00

Datum umrechnen in Julianisches Datum (JD) und Tageszahl (T)

Beispiel: Testdatum 30.08.2018 12:00 UTC

Umrechnen in Julianisches Datum:

ID = 2451545,0 + DATUM(30.08.201812:00) - DATUM(01.01.200000:00)

EXCEL: =2451545+(DATUM+ZEIT)-DATUM(2000;1;1)

Testdatum 30.08.2018 12:00 → JD 2458361,00

T: Anzahl der seit dem 01.01.2000 vergangenen Jahrhunderte

 $T = \frac{JD - 2451545,0}{36525}$ 

EXCEL: (JD -2451545)/36525

Testdatum 30.08.2018 12:00  $\rightarrow$  T = 0,186612

## Vom Kreis zur Ellipse

## Die Position der Sonne auf ihrer scheinbaren Bahn (Ekliptik)

Die Sonne "wandert" im Laufe eines Jahres aus der Perspektive eines irdischen Beobachters entlang einer unsichtbaren Linie, der Ekliptik (Tierkreis = Zodiakus). Diese wird seit alters her, beginnend mit dem Frühlingspunkt (Länge  $\lambda=0^\circ$ ), in zwölf je 30° lange Abschnitte (=360°), nach Sternbildern benannte Abschnitte ("Sternzeichen") geteilt. Achtung: Die tatsächlichen, unterschiedlich "großen" Sternbilder und die astrologischen "Sternzeichen" sind bis auf geringe Überschneidungen nicht identisch und werden es in Zukunft überhaupt nicht mehr sein!

Würde sich die Erde auf einer Kreisbahn mit stets gleichem Abstand zur Sonne bewegen würde sie sich, von uns aus gesehen, täglich um 360/365,25 = 0,9856 nach Osten weiterbewegen.

Am 01. Januar 2000 (Epoche J2000) hatte die Sonne eine ekliptikale Länge von 280,46°. Vom Jahreswechsel bis zur Frühlings-Tagundnachtgleiche am 21. März sind es 80 Tage (360° - 80° = 280°)

Schreibt man diese Länge einfach fort wird das Ergebnis fehlerhaft, weil die Erde, sich der Sonne nähernd, beschleunigt und sich von ihr entfernend wieder abbremst. Das hat viele Konsequenzen:

- Die Tagesmitte ("Mitt-tag" Sonnenhöchststand) variiert (Zeitgleichung)
- Das wiederum beeinflusst die Auf und -Untergangszeiten.

Macht man die ekliptikale Länge der Sonne zur Grundlage weiterer Kalkulationen (Position der Planeten und des Mondes) muss diese natürlich so genau wie möglich sein.

Der folgende, die Exzentrizität unserer Umlaufbahn berücksichtigende Berechnungsmodus wurde WIKIPEDIA ("Sonnenstand" bzw. " The Position of the Sun") entnommen:

Die mittlere Ekliptikale Länge  $\lambda$  der Sonne lässt sich folgendermaßen berechnen:

$$L_M = 280,46 + 0,9856474 * n$$

wobei n die Anzahl der Tage seit dem 01. Januar 2000 ist.

Testdatum 30.08.2018 12:00 → 6998,6327

Die ekliptikale Länge muss stets zwischen 0 und 360° liegen.

Mit der Formel

$$L\ddot{a}nge_{M360} = \lambda - INT\left(\frac{\lambda}{360^{\circ}}\right) * 360^{\circ}$$

EXCEL:  $\lambda$ -GANZZAHL( $\lambda$  /360)\*360

wird das Ergebnis auf den Bereich zwischen 0° und 360° normiert

Testdatum 30.08.2018 12:00  $\rightarrow$  158,6327

Die Erde bewegt sich auf einer elliptischen Bahn um die Sonne, mal etwas schneller (in Sonnennähe), mal etwas langsamer (in Sonnenferne).

Die tatsächliche Länge weicht daher um der mittleren Länge ab die daher um den Wert zu korrigieren ist:

$$g = 357,528 + 0,9856003 * n$$

$$g_{360} = g - INT \left(\frac{g}{360^{\circ}}\right) * 360^{\circ}$$

EXCEL: g-GANZZAHL(g/360)\*360

Mit der Exzentrizität der Erdbahn von 0,0167 ist die wahre ekliptikale Länge dann

$$\lambda_w = \lambda_M + \left(2 * e * sing + \frac{5}{4} * e^2 * sin2g\right) * 180/\pi$$

EXCEL:  $\lambda$ +(2\*e\*SIN(BOGENMASS(g))+5/4\*e^2\*SIN(BOGENMASS(2\*g)))\*180/PI()

#### Testdatum 30.08.2018 12:00 → 157,0765

Die Genauigkeit dieser Vorgehensweise lässt sich leicht am astronomischen Frühlings- und Herbstbeginn überprüfen: Zu den Tagundnachtgleichen im Frühjahr und Herbst muss die ekliptikale Länge 0° bzw. 180° betragen.

	Frühjahr		Herbst			Frühjahr		Herbst	
2008	20. Mrz.	06:48	22. Sep.	17:44	2015	20. Mrz.	23:45	23. Sep.	10:21
2009	20. Mrz.	12:44	22. Sep.	23:19	2016	20. Mrz.	05:30	22. Sep.	16:21
2010	20. Mrz.	18:32	23. Sep.	05:09	2017	20. Mrz.	11:29	22. Sep.	22:02
2011	21. Mrz.	00:21	23. Sep.	11:05	2018	20. Mrz.	17:15	23. Sep.	03:54
2012	20. Mrz.	06:14	22. Sep.	16:49	2019	20. Mrz.	22:58	23. Sep.	09:50
2013	20. Mrz.	12:02	22. Sep.	22:44	2020	20. Mrz.	04:50	22. Sep.	15:31
2014	20. Mrz.	17:57	23. Sep.	04:29					

Daten: Wikipedia, Tagundnachtgleiche

# Von der Ekliptik zur Rektaszension und Deklination der Sonne

Der Himmel ist, dem Gradnetz der Erde vergleichbar, so aufgeteilt, dass man Sonne, Planeten, Mond und Sternen eine "Adresse" zuweisen kann. So, wie man die Lage eines Ortes auf der Erdoberfläche mit seiner geographischen Länge und Breite beschreiben kann.

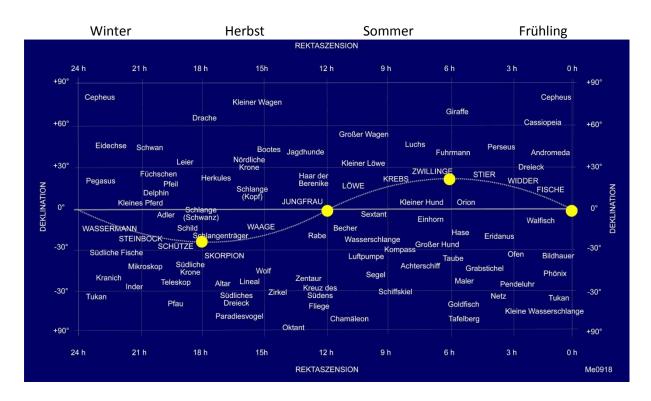
Dabei entspricht die **Rektaszension** ( $\alpha$ , RA in hh:mm:ss) der geographischen Länge, ist aber nicht mit ihr identisch. Sie wird in Stunden, Minuten und Sekunden angegeben, beginnend mit 00:00:00 im Frühlingspunkt und von Westen nach Osten fortschreitend endend bei 23:59:59. Eine Stunde entspricht 15° (24 h x 15° = 360°).

Die **Deklination** ( $\delta$  in Grad) ist die Projektion der geographischen Breite ins All. Ein Stern mit der Deklination 0° steht folglich senkrecht über dem Äquator, der Polarstern mit der Deklination 89°15′51′′ nahezu senkrecht über dem Nordpol. Der Sternenhimmel nördlich des Himmelsäquators (d = 0°) hat positive, der südliche Sternenhimmel negative Deklinationen.

Wann ein Stern mit der Deklination 52,4° senkrecht über Hannover (52,4° nördliche Breite) entscheidet seine Rektaszension und die Sternzeit (dazu unten mehr).

## Einige wichtige Kardinalpunkte der Sonne

	Datum	Rektaszension	Deklination
Frühlingspunkt	20. März	00:00:00	0°
Sommerpunkt	21. Juni	06:00:00	+23,5°
Herbstpunkt	23. September	12:00:00	0°
Winterpunkt	21. Dezember	18:00:00	-23,4°



Die Rotationsachse der Erde ist gegenüber ihrer Bahnebene um die Sonne geneigt. Das, und nicht die schwankende Distanz Erde - Sonne ist die Ursache der Jahreszeiten. Die Schiefe der Ekliptik beträgt etwa 23,5° und unterliegt langsamen Variationen. ( $\epsilon_0$  = 23° 26′ 21,45″ – 46,8″·T)

Wenn die bisher dargestellten ekliptikalen Positionen in äquatoriale verwandelt werden sollen muss das System entsprechend gedreht werden.

Die genauer Schiefe der Ekliptik  $\epsilon$  beträgt

$$e = 23,439 - 0,0000004 * n$$

wobei wieder die Anzahl der Tage ist die seit dem 1. Januar 2000 (Epoche J2000) vergangen sind.

Die **Rektaszension** ist (als Winkel)

$$a = \arctan(\cos \varepsilon * \tan \lambda)$$

Wenn  $\cos L > 0$  und

$$a = \arctan(\cos \varepsilon * \tan \lambda) + 4 * \arctan(1)$$

Als Zwischenschritt ist der Kosinus der ekliptikalen Länge zu berechnen

**EXCEL**:

 $COS(BOGENMASS(\lambda))$ 

WENN(COS(BOGENMASS( $\lambda$ )>0;ARCTAN(COS(BOGENMASS( $\epsilon$ ))\*TAN(BOGENMASS( $\lambda$ )))\*180/PI(); ARCTAN(COS(BOGENMASS( $\epsilon$ ))\*TAN(BOGENMASS( $\lambda$ )))\*180/PI()+4\*ARCTAN(1)\*180/PI())

Ist das Ergebnis negativ wird es mit -1 multipliziert

EXCEL: WENN(a<0; a \*-1; a)

Testdatum 30.08.2018 12:00 → 158,792

Zur Umrechnung in Rektaszension (Stundenwerte) wird das Ergebnis durch 15 geteilt und ins durch weitere Division durch 24 ins Zeitformat gebracht:

Testdatum 30.08.2018 12:00 → 10,5861 bzw. 10:35:10

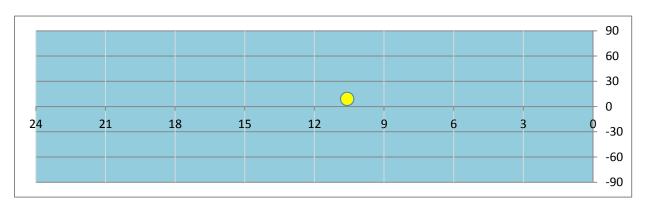
Die **Deklination** ist

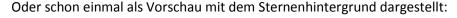
 $\delta = \sin \varepsilon * \sin \lambda$ 

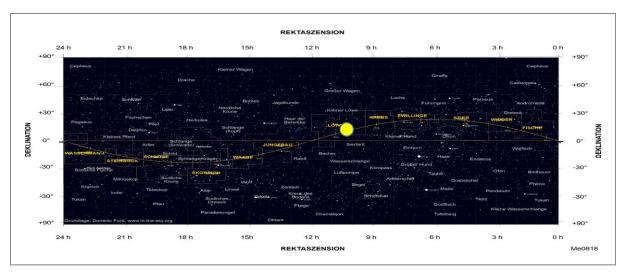
EXCEL: ARCSIN(SIN(BOGENMASS( $\epsilon$ ))\*SIN(BOGENMASS( $\lambda$ )))\*180/PI()

Testdatum 30.08.2018 12:00  $\rightarrow$  8,912

Mit diesen Ergebnissen kann die Position der Sonne für das Testdatum 30.08.18 12:00 UTC im Excel-Diagramm (Punktdiagramm x,y) dargestellt werden. Da die Rektaszension von Westen nach Osten zunimmt, muss beim Formatieren der x-Achse unbedingt das Feld "Werte in umgekehrter Reihenfolge" angeklickt werden.







Die Sonne befindet sich am Testdatum 30.08.2018 im Sternbild Löwe.

Überraschend (?): Wer am 30. August Geburtstag hat ist aber kein "Löwe" sondern "Jungfrau".

Das aber ist ein anderes Thema...

# Wann ist "Mitt-tag"? Die Zeitgleichung

Die Sonne steht nicht jeden Tag zur gleichen Zeit im Süden und vor allem nur an wenigen Orten um 12 Uhr. Letzteres geschieht nur in der Nähe des für die entsprechende Zeitzone "zuständigen" Meridians (für die Mitteleuropäische Zeit der 15. Östliche Längengrad. Hannover liegt mit 9,7° O westlicher davon weshalb die Sonne hier im Schnitt um 12:21 im Süden steht. Darüber hinaus geht sie zeitweise vor, zeitweise nach. Grund dafür ist vor allem die elliptische Umlaufbahn der Erde. Die periodisch auftretende Abweichung wird als Zeitgleichung (*ZG*) bezeichnet.

Die für das aktuelle Datum gültige Zeitgleichung kann mit diesen (bereits ermittelten) Elementen berechnet werden:

- Heliozentrische Länge der Sonne L
- Ekliptikale Länge der Sonne  $\lambda$
- Schiefe der Ekliptik arepsilon

$$ZG = \arctan\left[\frac{\tan L - \tan \lambda * \cos \varepsilon}{(1 + \tan L) * \tan \lambda * \cos \varepsilon}\right]$$

**EXCEL:** 

ARCTAN((TAN(BOGENMASS(L))-TAN(BOGENMASS( $\lambda$ ))\*COS(BOGENMASS( $\varepsilon$ ))) / (1+TAN(BOGENMASS(L))\*TAN(BOGENMASS( $\lambda$ ))\*COS(BOGENMASS( $\varepsilon$ ))))\*180/PI()

Das Ergebnis in Grad muss umgewandelt werden in Minuten, wobei 1° vier Minuten entspricht (1 Tag = 24 Stunden = 1440 Minuten  $\rightarrow$  1440 min / 360° = 4 min).

Testdatum 30.08.2018 12:00 UTC  $\rightarrow$  -0,1607°  $\rightarrow$  - 0,64 min

Der Meridiandurchgang der Sonne (lokaler "Mitt-tag") ergibt sich aus

- der gesetzlichen Zeit (Zeitzone MEZ = Mittlere Ortszeit MOZ am 15. Östlichen Längengrad)
- der Mittleren Ortszeit (MOZ) am Beobachtungsort
- der Zeitgleichung (ZG)

Der Zeitunterschied zwischen MEZ und MOZ beträgt (15°-λ)\*4/60min

Testdatum 30.08.2018 12:00 UTC für Hannover  $(9,73^{\circ} \text{ O}) \rightarrow 0,3513 \text{ h}$ 

Der Meridiandurchgang in Hannover ist um

$$MD = 12 + (15^{\circ} - \lambda) * 4/60 \min - ZG$$

Testdatum 30.08.2018 12:00 UTC → 12:21

# Wann geht die Sonne auf und unter?

Die Weite und Höhe des Bogens den die Sonne vom Auf- bis zum Untergang beschreibt wird bestimmt durch die geographische Breite  $\varphi$  des Beobachtungsortes und die Deklination der Sonne  $\delta$ :

Der halbe Tagbogen (T) ist

$$\cos T = \tan \varphi * \tan \delta$$

Das Ergebnis in Grad wird durch 12 geteilt (halber Tag)

EXCEL: ARCCOS(TAN(BOGENMASS( $\phi$ ))\*TAN(BOGENMASS( $\delta$ )))\*180/PI()

Testdatum 30.08.2018 12:00 UTC → - 78,2622° → 6,5218 h

Zwischen Auf- und Untergang vergehen 2T =

Testdatum 30.08.2018 12:00 UTC  $\rightarrow$  13,6787 h  $\rightarrow$  13 h 40 min

Die relativ einfache Formel liefert nur astronomische Werte, die Refraktion durch die Erdatmosphäre ist hierbei nicht berücksichtigt. Sie ist in Horizontnähe bei flacher Einstrahlung besonders stark und hebt die Sonne optisch an: Wenn die Unterkante der Sonnenscheibe den Horizont berührt befindet sie sich in Wirklichkeit gerade unter dem Horizont.

$$\cos T = \frac{\sin -0.833 - \sin \varphi * \sin \delta}{\cos \varphi * \cos \delta}$$

**EXCEL:** 

ARCCOS((SIN(BOGENMASS(-0,833))-(SIN(BOGENMASS(E88))\*SIN(BOGENMASS(E81)) / (COS(BOGENMASS(E88))\*COS(BOGENMASS(E81))))))\*180/PI()

Diese Formel liefert einen um den Effekt der Refraktion verlängerten halben Tagbogen.

Testdatum 30.08.2018 12:00 UTC → - 102,5900° → 6,8393 h

Zwischen Auf- und Untergang vergehen 2T =

Testdatum 30.08.2018 12:00 UTC  $\rightarrow$  13,6787 h  $\rightarrow$  13 h 40 min

Die Auf- und Untergangszeiten der Sonne (MEZ) sind dann

$$MD - T$$
  $bzw.MD + T$ 

Testdatum 30.08.2018 12:00 UTC → Hannover : MD = 12:21, Aufgang 5:31, Untergang 19:12

Die Azimute sind:

$$\cos a_{SA} = \frac{\sin \delta}{\cos \varphi}$$

EXCEL: GRAD(ARCCOS((SIN(BOGENMASS(DEKL))/COS(BOGENMASS(BREITE)))))

$$\cos a_{SA} = 360^{\circ} - \frac{\sin \delta}{\cos \varphi}$$

EXCEL: 360-GRAD(ARCCOS((SIN(BOGENMASS(DEKL))/COS(BOGENMASS(BREITE)))))

Azimut → Norden 0°, Osten 90°, Süden 180°, Westen 270°

Testdatum 30.08.2018 12:00 UTC → Hannover: SA 75°, SU 285°

Da die Sonne im Laufe eines Tages um nahezu 1° nach Osten auf der Ekliptik voranschreitet ändert sich natürlich auch ihre Rektaszension und Deklination die die Basis für alle horizontalen Werte liefert. Die errechneten Zeiten und Azimute des Auf- und Untergangs sind daher nicht so genau wie sie es mit allerdings erheblich höherem Rechenaufwand sein könnten.

Der Mond macht in dieser Hinsicht noch viel größere Probleme: Er bewegt sich täglich um etwa 13° nach Osten.

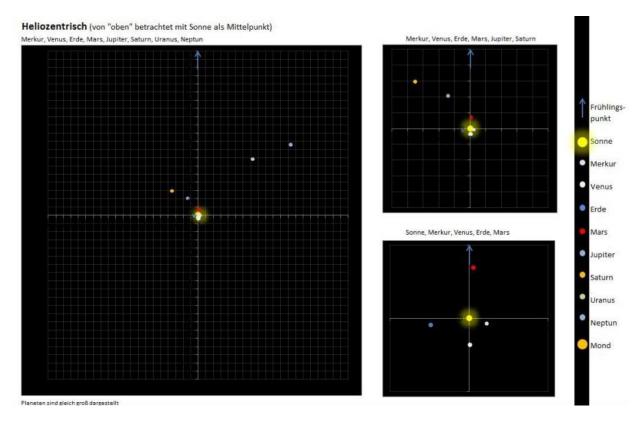
Im Rahmen unseres "Kleinen Planetariums" reichen die Ergebnisse aber aus.

# Die Positionen der Planeten auf elliptischen und geneigten Bahnen

Der Mond und die Planeten bewegen sich auf elliptischen Bahnen deren Achsen sich langsam drehen. Mit variierendem Bahnradius ändert sich auch die Bahngeschwindigkeit. Darüber hinaus haben die Bahnen eine mehr oder weniger große und in gewissem Maße schwankende Neigung.

Das macht das planetarische "Uhrwerk" zwar um einiges komplizierter und würde immense Anforderungen an mechanische Planetarien stellen. Mit heutigen Computern ist die Berechnung und visuelle Darstellung ist aber durchaus beherrschbar.

Wie sollte man sonst Sonnen- und Mondfinsternisse für die nächsten Jahrhunderte vorhersagen können?



Heliozentrische Positionen der Planeten Merkur - Neptun am 1. Januar 2000

# Die "Ausgangslage": Ephemeriden der großen Planeten (01.01.2000)

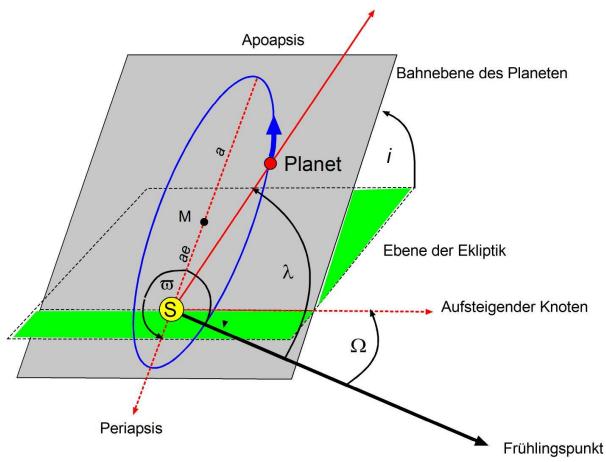
Grundlage des Programms sind die heliozentrischen Positionen der Planeten am 01. Januar 2000 12:00 UTC und ihre tägliche Änderung. Da sich einige dieser Änderungen nur sehr langsam vollziehen (Exzentrizität, Inklination), wird sie auf jeweils ein Jahrhundert bezogen (△Jh\*T).

Bezugsrichtung ist der Frühlingspunkt, Bezugsebene die Ekliptik.

Die Fortschreibung der Ausgangspositionen erfolgt durch

#### Ausgangswert + $\Delta$ Jh\*T

- Distanz Sonne Planet in Astronomischen Einheiten (AE). 1 AE entspricht dem mittleren Bahnradius = Große Halbachse der Erdbahn um die Sonne (149597870,7 km)
- Heliozentrische Länge (λ): Winkel zwischen Planet und Frühlingspunkt.
- Numerisch e Exzentrizität (e) der elliptischen Bahn (Kreis e = 0)
- Heliozentrische Länge der Periapsis (ω). Winkel des Perihels (geringster Abstand zur Sonne) zum Frühlingspunkt.
- Bahnneigung (i) zur Ebene der Ekliptik (Inklination)
- Heliozentrische Länge des aufsteigenden Knotens ( $\Omega$ ). Der aufsteigende und der absteigende Knoten sind die Schnittpunkte der geneigten Bahn mit der Ebene der Ekliptik.



Bahnelemente:

a: Länge der großen Halbachse (=AE)

e: numerische Exzentrizität

i: Bahnneigung, Inklination

l : Heliozentrische Länge des Planeten zum Frühlingspunkt  $\Omega$ : Länge des aufsteigenden Knotens zum Frühlingspunkt

 $\varpi$ : Länge der Periapsis zum Frühlingspunkt

M: Zentrum der Ellipse S: Brennpunkt 1, Sonne

ae: Distanz Mittelpunkt - Brennpunkt

# Bahnelemente J2000 University of Reading, <a href="http://www.met.rdg.ac.uk/~ross/Astronomy/Planets.html#elems">http://www.met.rdg.ac.uk/~ross/Astronomy/Planets.html#elems</a>

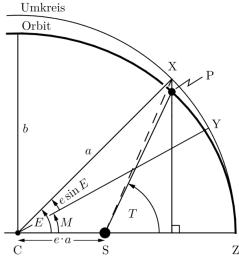
	Distanz Sonne		Heliozentrische	e Länge	Exzentrizität der Bahn		
Planet	a	Δ	λ	Δλ	Δλ	е	Δe
	AE	AE/Jh	(°)	"/Jh	°/Jh		/Jh
Merkur	0,38709893	0,00000066	252,25084	538101628,3	149472,6745	0,20563069	0,00002527
Venus	0,72333199	0,00000092	181,97973	210664136,1	58517,81557	0,00677323	-0,00004938
Erde	1,00000011	-0,00000005	100,46435	129597740,6	35999,3724	0,01671022	-0,00003804
Mars	1,52366231	-0,00007221	355,45332	68905103,78	19140,30661	0,09341233	0,00011902
Jupiter	5,20336301	0,00060737	34,40438	10925078,35	3034,743986	0,04839266	-0,0001288
Saturn	9,53707032	-0,0030153	49,94432	4401052,95	1222,514708	0,0541506	-0,00036762
Uranus	19,19126393	0,00152025	313,23218	1542547,79	428,4854972	0,04716771	-0,0001915
Neptun	30,06896348	-0,00125196	304,88003	786449,21	218,4581139	0,00858587	0,0000251
Pluto	39,48168677	-0,00076912	238,92881	522747,9	145,20775	0,24880766	0,00006465

	Heliozentrische Läng	e der Periapsis		Bahnneigung zur Ekliptik (Inklination)			Heliozentrische Länge des aufsteigenden Knotens		
Planet	Länge (ϖ, °)	$\Delta \varpi$	Δω	i	$\Delta i$	$\Delta i$	Länge (Ω, °)	$\Delta\Omega$	$\Delta\Omega$
	Periapsis	"/Jh	°/Jh	(°)	"/Jh	"/Jh	Aufsteigender Knoten $\Omega$	"/Jh	°/Jh
Merkur	77,45645	573,57	0,15932500	7,00487	-23,51	-0,006530556	48,33167	-446,3	-0,123972222
Venus	131,53298	-108,8	-0,03022222	3,39471	-2,86	-0,000794444	76,68069	-996,89	-0,276913889
Erde	102,94719	1198,28	0,33285556	0,00005	-46,94	-0,013038889	-11,26064	-18228,25	-5,063402778
Mars	336,04084	1560,78	0,43355000	1,85061	-25,47	-0,007075000	49,57854	-1020,19	-0,283386111
Jupiter	14,75385	839,93	0,23331389	1,3053	-4,15	-0,001152778	100,55615	1217,17	0,338102778
Saturn	92,43194	-1948,89	-0,54135833	2,48446	6,11	0,001697222	113,71504	-1591,05	-0,441958333
Uranus	170,96424	1312,56	0,36460000	0,76986	-2,09	-0,000580556	74,22988	-1681,4	-0,467055556
Neptun	44,97135	-844,43	-0,23456389	1,76917	-3,64	-0,001011111	131,72169	-151,25	-0,042013889
Pluto	224,06676	-132,25	-0,03673611	17,14175	11,07	0,003075000	110,30347	-37,33	-0,010369444

## Elliptische Umlaufbahnen: Mittlere, exzentrische und wahre Anomalie

Planeten bewegen sich auf elliptischen Bahnen. Das Nachzeichnen ihrer Position gelingt über einen oder zwei Zwischenschritte.

Hinter dem Begriff der **Anomalie** verbirgt sich der momentane **Winkel** des Planeten zur Periapsis, dem zentrumnächsten Punkt der elliptischen Bahn (Perihel, Sonnennähe)



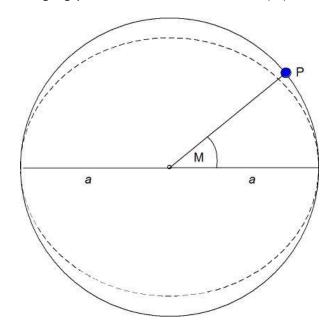
Aus: WIKIPEDIA, de.wikipedia.org/wiki/Kepler-Gleichung

- Die Mittlere Anomalie M bezieht sich auf eine fiktive lineare, gleichförmige Bewegung auf einer Kreisbahn. Der Winkel wird im Mittelpunkt des Kreises gemessen und gilt als eine erste Näherung.
- Die Exzentrische Anomalie E beruht auf dem die Ellipse umschreibenden Kreis. Sie ist ein Zwischenschritt zur Berechnung der Wahren Anomalie.
- Die Wahre Anomalie T wird gemessen im Brennpunkt der Ellipse (Sonne) und beschreibt die Bewegung auf einer idealen Ellipsenbahn.

C: Mittelpunkt, T: Wahre Anomalie, S: Brennpunkt, E: Exzentrische Anomalie, Z: Periapsis, M: Mittlere Anomalie, P: Objekt, X: Hilfspunkt zum Objekt, Y: fiktives Objekt (nach WIKIPEDIA)

Ziel ist es, den "Wahre Anomalie" genannten Winkel zwischen der Periapsis (geringster Abstand des Planeten zur Sonne) und seiner momentanen Position auf der Ellipse zu finden.

Ausgangspunkt ist die Mittlere Anomalie (M)



Dabei wird angenommen, dass sich der Planet sich auf einer kreisförmigen Umlaufbahn mit gleichbleibender Geschwindigkeit bewegt.

Dann legt er einen von der Zeit *t* und der Umlaufdauer *U* abhängigen Winkel M zurück. Dieser Winkel wird als Anomalie bezeichnet.

$$M = \frac{t}{U(t)} * 360^{\circ}$$

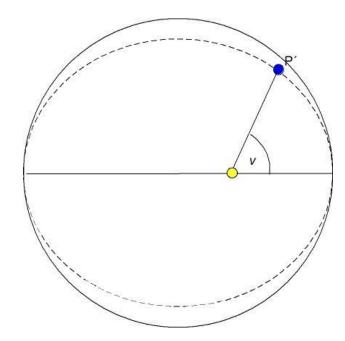
Die Mittlere Anomalie ist der Winkel zwischen der heliozentrischen Länge und der Länge der vorhergehenden Periapsis (Sonnennähe).

$$M = L - \varpi$$

Beides, die heliozentrische Länge L und die Länge der Periapsis  $\varpi$  wachsen ausgehend von der "Momentaufnahme" J2000 im Laufe der Zeit um bestimmte, für jeden Planeten typische Beträge ( $\delta^*t$ ) und lassen sich für jeden Zeitpunkt genau angeben.

Der Astronom Kepler bestimmte die Position eines Planeten mit Hilfe der "Exzentrischen Anomalie" (*E*) in die die numerische Exzentrizität der Bahn *e* eingeht. Die Kepler-Gleichung dazu lautet:

$$M = E + e * sinE$$



Daraus lässt sich die Wahre Anomalie (*T*) errechnen

$$\cos T = \frac{\cos E - e}{1 - e \cos E}$$

Eine ausführliche Beschreibung der dahinter stehenden Mathematik findet man bei Wikipedia unter Kepler-Gleichung (https://de.wikipedia.org/wiki/Kepler-Gleichung).

Einfacher ist es, die Mittlere Anomalie *M* mit Hilfe einer "Reihenwicklung" in die Exzentrische Anomalie E oder gleich in Wahre Anomalie *T* zu verwandeln.

Eine Reihenentwicklung ist eine Reihe von Potenzen von Variablen.

$$T = \frac{180}{\pi} * \left[ \left( 2 * e - 0.25 * e^3 * sinM + \frac{5}{4} * e^2 * sin(2 * M) + \frac{13}{12} * e^3 * sin(3 * M) \right) \right]$$

e = Exzentrizität, M = Mittlere Anomalie

**EXCEL:** 

$$M + 180/pi * [(2 * e - e^3/4) * sin(M) + 5/4 * e^2 * sin(2*M) + 13/12 * e^3 * sin(3*M)]$$

Testdatum 30.08.2018 12:00  $\rightarrow$  Jupiter e = 0.04836862, T = 222.148802

Aus der Wahren Anomalie *T* und dem Mittleren Bahnradius *r* lässt sich der momentane Bahnradius *r(t)* berechnen:

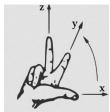
$$r(t) = a * \frac{1 - e^2}{1 + e * \cos T}$$

a = Mittlerer Bahnradius,

EXCEL:  $a*(1-e^2)/(1+e*COS(BOGENMASS(T)))$ 

Testdatum 30.08.2018 12:00 → Jupiter 5,3844 AE

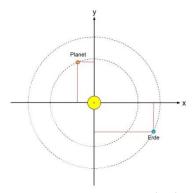
# Transformation der Bahndaten in x,y,z-Koordinaten



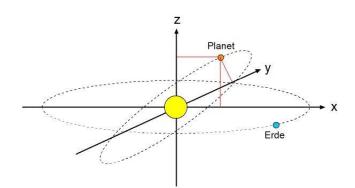
wikipedia xyz

Die Planeten und die sie umkreisenden Monde bewegen sich nicht in einer im xy-Koordinatensystem darstellbaren Ebene sondern durch die Neigungen ihrer Bahnen im dreidimensionalen Raum.

Zur genauen Positionsbestimmung bedarf es also drei Angaben, x, y und z.



Positionen in der Ebene (x,y)



Positionen im Raum (x, y, z)

Berechnet sind bereits der Bahnradius r und die Wahre Anomalie T

Daraus wird

$$x = r * cos\Omega * cos(T + w) - sin\Omega * sin(T + w) * cos i$$

$$y = r * sin\Omega * cos(T + w) + cos\Omega * sin(T + w) * cos i$$

$$z = r * sin(T + w) * sin i$$

mit

 $\Omega$  = Länge des aufsteigenden Knotens, T = Wahre Anomalie, w = Argument des Perihels,

i = Bahnneigung

**EXCEL:** 

 $x = r^*(COS(BOGENMASS(\Omega))^*COS(BOGENMASS(T+w))$ 

-SIN(BOGENMASS( $\Omega$ ))\*SIN(BOGENMASS(T+w))\*COS(BOGENMASS(i)))

 $y = r^*(SIN(BOGENMASS(\Omega))^*COS(BOGENMASS(T+w))$ 

 $+COS(BOGENMASS(\Omega))*SIN(BOGENMASS(T+w))*COS(BOGENMASS(i)))$ 

z = r\*SIN(BOGENMASS(T+w))\*SIN(BOGENMASS(i))

Testdatum 30.08.2018 12:00  $\Rightarrow$  Jupiter x= -2,93926851, y = -4,51056313, z = 0,084766141

## Die Sonne im Zentrum: Heliozentrische Länge und Breite der Planeten

Ermittelt werden zunächst die Positionen der Planeten aus der Perspektive der Sonne (heliozentrisch). Bezugsebene ist die Bahn der Erde um die Sonne. Der Nullpunkt ( $\lambda$  = 0) ist der Frühlingspunkt und die Länge wächst in der Bewegungsrichtung der Planeten -von "oben" gesehen - gegen den Uhrzeigersinn.

Zur Ermittlung der Länge  $\lambda$  und Breite  $\beta$  bezogen auf die Ekliptik wird die Arkustangens2-Funktion angewandt, im Taschenrechner ist das "atan2" und bei EXCEL ARCTAN2. Anders als bei der atan- bzw. ARCTAN-Funktion werden hier zwei Argumente (x;y) verarbeitet.

Länge  $\lambda$ 

$$\lambda = arctan2(x, y)$$

Das Ergebnis muss auf 360° normiert werden, d.h. es darf nur zwischen 0 und 360 Grad liegen.

Das gelingt durch

$$\lambda = \arctan 2(x, y) - INT \left( \frac{\arctan 2(x, y)}{360^{\circ}} \right) * 360^{\circ}$$

EXCEL: ARCTAN2(x;y)\*180/PI()-GANZZAHL((ARCTAN2(x;y)\*180/PI())/360)\*360

Breite  $\beta$ 

$$\beta = \arctan 2(z, \sqrt{x^2 + y^2})$$

$$\beta = \arctan 2(z, \sqrt{x^2 + y^2}) - INT\left(\frac{\arctan 2(z, \sqrt{x^2 + y^2})}{360^{\circ}}\right) * 360^{\circ}$$

ARCTAN2(z;WURZEL(x^2+y^2))\*180/PI() -GANZZAHL(ARCTAN2(z;WURZEL(x^2+y^2))\*180/PI()/360)\*360

Wenn das Ergebnis größer ist als die Bahnneigung i muss es von 90° abgezogen werden:

EXCEL: WENN(
$$\beta > i$$
;90 - $\beta$ ;  $\beta$ )

# Von der Erde aus betrachtet: Geozentrische Länge und Breite

Im Folgenden geht es um die Positionen der Sonne und der Planeten aus irdischer (geozentrischer) Perspektive.

Zunächst werden die ekliptikalen Längen und Breiten ermittelt, Im darauf folgenden Schritt werden die Werte auf das äquatoriale System umgerechnet dass die Schiefe der Erdachse berücksichtigt und sich am (äquatorialen) Gradnetz der Erde orientiert.

## Ekliptikale Länge und Breite

Die Sonne, der Mond und die Planeten "durchwandern" scheinbar die Ekliptik.

Die "Ekliptik" ist - aus der Perspektive der die Sonne umkreisenden Erde - der scheinbare Weg der Sonne vor dem Hintergrund der Fixsterne. Der Mond und die Planeten sind stets in der Nähe der Ekliptik zu finden.

Wenn wir die Lage der Sonne und der Planeten aus irdischer Perspektive darstellen wollen, müssen wir von uns von der Sonne als Mittelpunkt lösen und die bereits ermittelten heliozentrischen Positionen in geozentrischen Längen und Breiten umrechnen.

Bekannt sind die Positionen der Planeten im x,y,z-Koordinatensystem, desgleichen die der Sonne.

Die Herleitung der Position der Sonne geschah bereits im Abschnitt "Sonne".

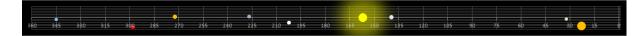
Sie werden einfach addiert:

Die Ergebnisse werden wie unter "Heliozentrische Länge und Breite" beschrieben in ekliptikale Längen und Breiten umgerechnet.

$$\lambda = \arctan 2(x, y) - INT \left( \frac{\arctan 2(x, y)}{360^{\circ}} \right) * 360^{\circ}$$

$$\beta = \arctan 2\left(z, \sqrt{x^2 + y^2}\right) - INT\left(\frac{\arctan 2\left(z, \sqrt{x^2 + y^2}\right)}{360^{\circ}}\right) * 360^{\circ}$$

Sonne, Mond und die Planeten Merkur bis Neptun am Testdatum 30.08.2018 12:00:



Mithilfe der durch Addition der Sonnen- und Planetenpositionen gewonnen ekliptikalen X,Y,Z -Werte lässt sich auch die Distanz Erde - Sonne bzw. Planet in Astronomischen Einheiten (AE) berechnen:

$$r(t) = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$$

EXCEL: WURZEL(x^2+y^2+z^2)

## Die "Sternzeit"

Um aus der errechneten Rektaszension und Deklination für einen bestimmten Ort auf der Erdoberfläche den Azimut (Kompassrichtung) und die Höhe über dem Horizont ermitteln zu können benötigen wir zusätzlich

- die geographische Länge ( $\lambda$ ) und Breite ( $\phi$ ) des Ortes
- die Sternzeit

Die Sternzeit ist die Rektaszension die zu einer eingestellten Uhrzeit (MEZ) und daraus errechneten Ortszeit durch den Meridian geht. Sie ist damit eine lokale Zeit: Ein Stern steht östlich eines Ortes früher, westlich davon später im Süden.

Beispiel: Ist die Rektaszension 03:51 steht die Sonne um 03.51 Sternzeit im Süden.

Die Sternzeit muss ein einem eigenen Modul berechnet werden:

Zunächst wird die **Julianische Tageszahl**  $JD_0$  für das eingestellte Datum 00:00 UTC bestimmt:

$$JD_0 = 2451545,0 + (Datum\ 00:00\ UTC) - Datum\ (01.01.2000\ 00:00)$$

Testdatum 30.08.2018 12:00 → 2458360,50

Daraus errechnet man den Wert To in julianischen Jahrhunderten...

$$T_0 = \frac{JD_0 - 2451545,0}{36525}$$

Testdatum 30.08.2018 12:00  $\rightarrow$  0,18659822

...und daraus die mittlere Sternzeit in Greenwich (0° Länge) für den gesuchten Zeitpunkt T (UTC)

$$\theta_{Greenwich} = 6,697376 + 2400,05134 * T_0 + 1,002738 * T_0$$

EXCEL: 6,697376+2400,05134\*T<sub>0</sub>+1,002738\**T* 

T ist dabei die eingegebene Uhrzeit in UTC

Testdatum 30.08.2018 12:00 → 466,5755

Vom Ergebnis müssen mit der INT bzw. GANZAHL-Funktion alle ganzzahligen Vielfachen von 24 abgezogen werden:

EXCEL: Ergebnis-GANZZAHL(Ergebnis/24)\*24

Testdatum 30.08.2018 12:00 → 10,5755

## Der "Stundenwinkel"

Der Stundenwinkel zum Frühlingspunkt am Null-Meridian ist die mit 15 multiplizierte Sternzeit in Greenwich:

Testdatum 30.08.2018 12:00 → 158,6331

Durch Addition der geographischen Länge des Beobachtungsortes  $\lambda$  erhält man den lokalen Stundenwinkel zum Frühlingspunkt

$$\theta = \theta_{Greenwich} + \lambda$$

Testdatum 30.08.2018 12:00 → 168,363

Der lokale Stundenwinkel ( $\tau$ , tau ) der Sonne, des Mondes, der Planeten und der Sterne ergibt sich aus der Differenz zwischen dem lokalen Stundenwinkel zum Frühlingspunkt ( $\theta$ ) und dem Rektaszensionswinkel des Himmelskörpers ( $\alpha$ )

$$\tau = \theta - \alpha$$

Testdatum 30.08.2018 12:00 → Jupiter -56,205

## Komplex aber voraussagbar: Die Bewegung des Mondes

Die Position des Mondes am 1. Januar 2000 und ihre Fortschreibung in der Zeit beziehen sich auf die Erde (geozentrisch). Damit entfällt die Transformation heliozentrischer in geozentrische Koordinaten.

Die gravitativen Wechselwirkungen die die nahe Erde und die zwar ferne, aber massereiche Sonne auf den Mond ausüben führt zu einem viel komplizierteren Bewegungsmuster als es bei den Planeten der Fall ist. Die Vielzahl der sich überlagernden Schwingungen führt zu einem "Schlingerkurs" der sich aber mit entsprechenden Formeln berechnen lässt.

Dazu kommt, dass die Rektaszension und Deklination des relativ nahen Mondes auch von der Lage des Beobachtungsortes auf der Erde abhängt. Die geozentrische Position bezieht sich auf den Erdmittelpunkt und muss um die Länge und Breite des Beobachtungsortes korrigiert werden (topozentrische Position). Betrachtet man ihn gleichzeitig am Nord- und am Südpol erscheint er um etwa 2° versetzt. Ohne Berücksichtigung der geographischen Breite kann nur die "mittlere" Deklination angegeben werden was zu ungenauen Auf- und Untergangszeiten führen muss.

Die Mondposition im "Kleinen Planetarium" sind topozentrisch, berücksichtigen also die Lage des Beobachtungsortes.

Es ist aber schon jetzt darauf hinzuweisen, dass die genauen Auf- und Untergangszeiten des Mondes ein besonders schwieriges und in diesem Rahmen nicht lösbares Kapitel darstellen. Man kann sich daher nur an sie herantasten, in dem man die Höhe des Mondes über dem Horizont gegen Null gehen lässt.

Die Mittlere Länge des Mondes (Position zum 01.01.2000 12:00 UTC) ist 218, 65436°. Die gemittelte tägliche (siderische) Bewegung vor dem Hintergrund der Fixsterne ist etwa 13,1763°/Tag.

Die entsprechenden Werte für die Sonne lauten 280,46° und 0,985626283°/Tag (360°/365,25 Tage).

Aus den in der Zeit fortgeschriebenen, auf 360° normierten Winkeln und ins x,y-Koordinatensystem verwandelten Positionen beider Himmelskörper und ihrer mittleren Bahnradien (0,3844 bzw. 149,7 Mill. Km) lässt sich mit EXCEL eine einfache Mond-Uhr machen.

	A	В	С
1		Mond	Sonne
2	Mittlere Länge (J2000)	218,31665436	280,46
3	Delta/Tag	13,17635823	0,985626283
4		B2+B3*Tage	C2+C3*Tage
5	Aktuelle Länge	B4-GANZZAHL(B4/360)*360	C4-GANZZAHL(C4/360)*360
6	Mittlerer Bahnradius (Mill. Km)	0,3844	149,7
7	х	B6*SIN(BOGENMASS(B5))	C6*SIN(BOGENMASS(C5))
8	У	B6*SIN(BOGENMASS(90-B5))	C6*SIN(BOGENMASS(90-C5))

Die Erde hat (geozentrisch!) die Koordinaten x=0,y=0. Beide Achsen sind, da nur die Richtung dargestellt werden muss aus der das Sonnenlicht einfällt, dargestellt auf -0,5 bis +0,5 begrenzt.

Bei der Formatierung der x-Achse bitte auf "Werte in umgekehrter Reihenfolge" klicken um den gegen den Uhrzeiger laufenden Drehsinn zu erhalten!

Erde, Ekliptikale Länge des Mondes und der Sonne (30.08.2018 12:00)

Das Ergebnis ist, da viele Eigenschaften der Mondbahn nicht berücksichtigt sind, noch fehlerhaft.

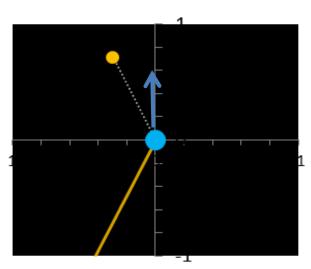
30.08.2018 12:00	Ekliptikale Länge der Sonne	Ekliptikale Länge des Mondes
berechnet	158,5	28,4
tatsächlich (www.Calsky.com)	157,0	21,7

Erde und Mond und (weit außerhalb des Bildrahmens) die Sonne die hier nur als "Sonnenstrahl" angedeutet ist..

Der blaue Pfeil zeigt zum Frühlingspunkt.

Der Mondnimmt ab (-85%)

Die Grafik basiert auf den mit größerem Aufwand berechneten korrekten Daten (siehe unten)



30.08.2018 12:00 UTC

# Ekliptikale Elongation des Mondes von der Sonne

Die Elongation ("Entfernung") ist Differenz der ekliptikalen Längen des Mondes (bzw. des Planeten) und der Sonne.

Die Elongation  $\psi$  des Mondes ist

$$\psi = \lambda_{Mond} - \lambda_{Sonne}$$

Wenn die Elongation des Mondes kleiner ist als die der Sonne ist das Ergebnis negativ. Der Mond nimmt ab. Andernfalls ist es positiv und der Mond nimmt zu.

Elongation 0 → Konjunktion, Neumond, ggf. Bedeckung (Sonnenfinsternis)

Elongation 180 → Opposition (Mond steht der Sonne gegenüber), Vollmond, ggf. Mondfinsternis

## Zu- und abnehmend: Die Mondphase

Die auf der Basis des noch einfachen Programms mit der einfachen Formel

$$k = 1 - (1 + \cos(\Psi))$$

berechnete Mondphase k für den 30.08.2018 12:00 ist -85% (abnehmend). dies in guter Übereinstimmung mit "Redshift".

Die Mondphase ist der prozentuelle Anteil der auf der Erde wahrgenommen beleuchteten Fläche (k). Sie hangt ab vom Phasenwinkel i des Mondes, dem Winkel zwischen Sonne und Mond. Der Phasenwinkel hängt ab vom Winkelabstand Sonne - Mond, der Elongation ( $\Psi$ ). Ein Phasenwinkel 0° bedeutet Neumond, 180° Vollmond.

Die Mondphase muss nicht auf mehrere Nachkommastellen genau bestimmt werden. Der Phasenwinkel ist auf Grund der im Verhältnis zum Mond sehr großen Distanz zur Sonne nahezu deckungsgleich mit der Elongation

$$k = 1 - (1 + \cos(i)) = 1 - (1 + \cos(\Psi))$$

Wer es genauer berechnen möchte: Die Elongation ( $\Psi$ ) ist unter Berücksichtigung auch der ekliptikalen Breite des Mondes:

$$cos \ \Psi = sin\delta_S * sin\delta_M + cos\delta_S * cos\delta_M * cos(a_S - a_M)$$
 oder 
$$cos \ \Psi = cos\beta_M * cos(\lambda_M - \lambda_S)$$

mit

 $\alpha_{\rm M}$  ,  $\alpha_{\rm S}$  = Rektaszension des Mondes bzw. der Sonne (geozentrisch)

 $\delta_{\rm M}$ ,  $\delta_{\rm S}$  = Deklination des Mondes bzw. der Sonne (geozentrisch)

 $\lambda_{M}$ ,  $\lambda_{S}$  = Ekliptikale Länge des Mondes bzw. der Sonne

 $\beta$  = Ekliptikale Breite des Mondes

Der Phasenwinkel ist dann

$$\tan i = \frac{r_M * sin\Psi}{r_S - r_M * cos\Psi}$$

In unserem Falle reicht die Beziehung  $k = 1 - (1 + \cos(\Psi) \text{ völlig aus})$ 

## Bespiel für das Testdatum 30.09.2018

 $\lambda$  Sonne: 157,1°

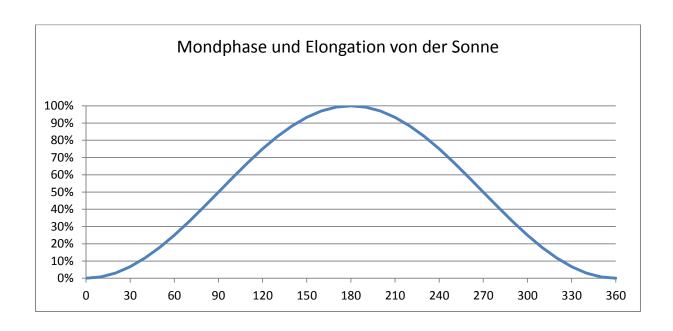
 $\lambda$  Mond: 22,8°

Differenz: 134,3°

Elongation: -134,3° (westlich der Sonne)

Phase:  $1 - (1 + \cos(-134.3) = 0.85 \rightarrow 0.85*100 = 85\%$ 

Die Mondphase verläuft nicht linear sondern sinusförmig. Im ersten und letzten Viertel ist die tägliche Veränderung am größten. Hier ist die Kurve am steilsten.



# Ephemeriden des Mondes, J2000

Daten aus: Montenbruck, Grundlagen der Ephemeridenrechnung, Spektrum Verlag

#### Mittlere Längen

```
JD
       Julianisches Datum (Anzahl der Tage seit dem 01. Januar -4723, 00:00 UT)
Τ
       Jahrhunderte seit J2000 (01.01.2000) = (JD - 2451545,0)/36525
       Mittlere Länge des Mondes
                                            = 218,31665 + 481267,88134*T - 0,0011327*T^2
L_0
       Mittlere Anomalie des Mondes
                                            = 134,96341 + 477198,86763*T + 0,008997*T^2
ľ
       Mittlere Anomalie der Sonne
                                            = 357,52911 + 35999,05029*T + 0,000154*T^2
F
       Abstand Mond/Aufsteigender Knoten = 93,2721 + 483202,01753*T + 0,003403*T^2
D
       Mittler Abstand Mond-Sonne
                                            = 297,85002 + 445267,11152*T + 0,00163*T^2
       Alle Längen beziehen sich auf den Frühlingspunkt (\lambda=0°)
       Alle Werte reduziert auf 0°>360°
```

#### Testdatum 30-09.2018 12:00 UTC→

LO	Mittlere Länge des Mondes	90028,635	28,6350011
1	Mittlere Anomalie des Mondes	89185,9557	265,955695
ľ	Mittlere Anomalie der Sonne	7075,38064	235,380636
F	Winkel Mond / Aufsteigender Knoten	90264,5235	264,523457
D	Mittlerer Abstand Mond - Sonne	83389,9961	229,996062

## Einbeziehung von Störfaktoren

## Länge $\lambda$ =

```
Mittlere Länge Lo
L_{o}
+6,288889*SIN(/) +0,2136111*SIN(2*/) +0,01*SIN(3*/)
                                                            Große Ungleichheit
- 1,273889*SIN(I - 2*D)
                                                            Evektion (1. Störung der Ungleichheit)
+ 0,658333*SIN(2*D)
                                                            Variation (2. Störung der Ungleichheit)
- 0,185556*SIN(/')
- 0,114444*SIN(2*F)
                                                            Differenz Bahnlänge / ekliptikale λ
- 0,058889*SIN(2*1 - 2*D)
-0.057222*SIN(I + I' - 2*D)
+ 0.053333*SIN(I + 2*D)
- 0,045833*SIN(I' - 2*D)
+ 0,041111*SIN(/ - /')
- 0,034722*SIN(D)
-0.030555*SIN(I + I')
- 0,015278*SIN(2*F - 2*D)
```

Testdatum 30-09.2018 12:00 UTC→ 22,7657

#### Breite $\beta =$

```
5,145*SIN(F + \lambda - L_0 + 0,114*SIN(2*F) + 0,15*SIN(I'))
-0,146111*SIN(+F - 2*D)
+0,012222*SIN(+I + F - 2*D)
-0,008611*SIN(-I + F - 2*D)
-0,005944*SIN(-2*I + F)
-0,006389*SIN(I' + F - 2*D)
+0,005833*SIN(-I + F)
+0,003056*SIN(-I' + F - 2*D)
```

## Testdatum 30.08.2018 12:00 UTC→ -5,0747

# Transformation in x,y,z-Koordinaten

Umwandlung der Länge und Breite in ekliptikale x,y,z-Koordinaten

$$x_{ekl} = r * \cos \lambda * \cos \beta$$
$$y_{ekl} = r * \sin \lambda * \cos \beta$$
$$z_{ekl} = r * \sin \beta$$

Mittlerer Bahnradius des Mondes: r = 0,3844 AE

#### **EXCEL:**

 $x = r*COS(BOGENMASS(\lambda))*COS(BOGENMASS(\beta))$   $y = r*SIN(BOGENMASS(\lambda))*COS(BOGENMASS(\beta))$  $z = r*SIN(BOGENMASS(\beta))$ 

#### Testdatum 30.08.2018 12:00 UTC→

 $X_{(Ekliptik)} = 0,91848086$   $y_{(Ekliptik)} = 0,38544603$   $z_{(Ekliptik)} = -0,08845491$ 

Umwandlung der ekliptikalen in äquatoriale x,y,z-Koordinaten:

Schiefe der Ekliptik

$$\varepsilon = 23,439 - 0,0000004 * n$$

Mit n = Tage nach dem 01.01.2000

$$x_{\ddot{a}qu} = x_{ekl}$$

$$y_{\ddot{a}qu} = y_{ekl} * \cos \varepsilon - z_{ekl} * \sin \varepsilon$$

$$z_{\ddot{a}qu} = y_{ekl} * \sin \varepsilon + z_{ekl} * \cos \varepsilon$$

**EXCEL:** 

 $y_{equ} = y_{ekl} * COS(BOGENMASS(\varepsilon)) - z_{ekl} * SIN(BOGENMASS(\varepsilon))$ 

 $z_{equ} = y_{ekl} *SIN(BOGENMASS(\epsilon)) + z_{ekl} *COS(BOGENMASS(\epsilon))$ 

Testdatum 30.08.2018 12:00 UTC→

X<sub>(Äquator)</sub> = 0,35306404

 $y_{(\ddot{A}guator)} = 0,14946585$ 

 $z_{(\ddot{A}quator)} = 0,02773267$ 

# Rektaszension und Deklination des Mondes (geozentrisch)

Aus den x, y, z-Koordinaten lässt sich die Rektaszension und Deklination aus der Perspektive des Erdmittelpunkts berechnen:

#### Rektaszension

$$RA = arctan2(x, y)$$

Das Ergebnis muss mit der GANZZAHL-Funktion auf den Wertebereich 0-360° normiert werden,

EXCEL: ARCTAN2(x<sub>äqu</sub>;y<sub>äqu</sub>)\*180/PI() und Ergebnis - GANZZAHL(Ergebnis/360)\*360

Testdatum 30.08.2018 12:00 UTC→ 22,9448

Geteilt durch 15 ergibt das für das Testdatum die Rektaszension 1,5297 bzw. 01:31:47

#### **Deklination:**

$$\delta = \arcsin(z_{\ddot{a}qu} * r)$$

oder

$$\delta = arctan2(z_{\ddot{a}qu}, \sqrt{{x_{\ddot{a}qu}}^2 + {y_{\ddot{a}qu}}^2}$$

Wenn das Ergebnis größer ist als die Bahnneigung i muss es von 90° abgezogen werden!

EXCEL: ARCSIN(E93/E96)\*180/PI() oder ARCTAN2(E93;WURZEL(E89^2+E91^2))\*180/PI()

Testdatum 30.08.2018 12:00 UTC→4,137

# Die Entfernung des Mondes

Die Entfernung des Mondes vom Erdmittelpunkt schwankt aufgrund seiner elliptischen Bahn. Die aktuelle Distanz r kann aus dem mittleren Bahnradius (a = 384400 km), der Exzentrizität (e = 0,055545526) und der Wahren Anomalie (T) errechnet die aus der Mittleren Anomalie (M) ableitbar ist. Der Basiswert J2000 ist = 134,96341, n ist die Anzahl der Tage seit 01.01,2000.

$$M_{Mond} = 134,96341 + 477198,86763 * n + 0,008997 * n^{2}$$

$$T_{Mond} = \frac{180}{\pi} * \left[ \left( 2 * e - 0,25 * e^{3} * sinM + \frac{5}{4} * e^{2} * sin(2 * M) + \frac{13}{12} * e^{3} * sin(3 * M) \right) \right]$$

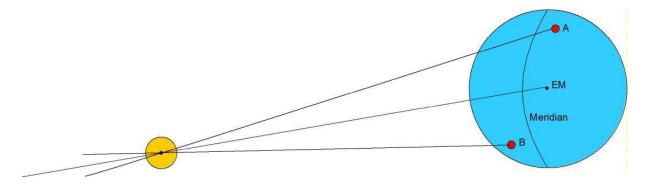
$$r = a * \frac{1 - e^{2}}{1 + e * cos T}$$

#### Testdatum 30.08.2018 12:00 UTC→ 0,38707662 Millionen Kilometer

Die möglichst genaue Bestimmung der tatsächlichen Distanz ist wichtig, wenn es um die Lage des Mondes aus der (topozentrischen) Perspektive des Beobachtungsortes geht.

## Von der Erdoberfläche gesehen: Topozentrische Position des Mondes

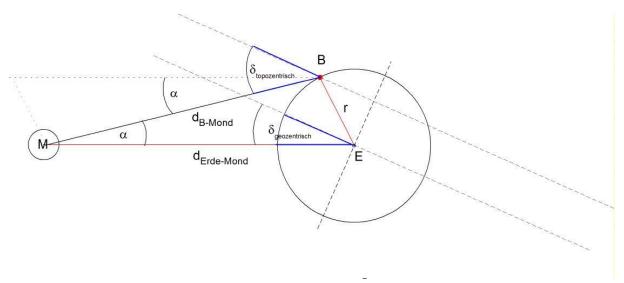
Die für das eingegebene Datum errechnete geozentrische Rektaszension RA und Deklination  $\delta$  beziehen sich auf den Erdmittelpunkt. Auf der Erdoberfläche sind die beiden Werte je nach geographischer Länge und Breite des Beobachtungsortes verschoben und können bis zu 1° (2 Monddurchmesser) vom geozentrischen Wert abweichen.



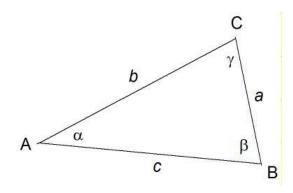
Für den im Norden und östlich des Meridians gelegenen Beobachter (A) erscheint der Mond südlicher und westlicher als berechnet, am Ort B ist es umgekehrt.

Die geozentrischen Ergebnisse für RA und  $\delta$  müssen daher noch in topozentrische, auf die Erdoberfläche bezogene Werte umgerechnet werden.

In der Nähe der Pole verändert sich vor allem die Deklination. Hier daher zunächst ein (einfacherer) Ansatz zur Korrektur der Deklination:



Ziel: Bestimmung des Winkels Alpha zwischen Erdmittelpunkt und geographischer Breite



Kosinussatz:

$$a = \sqrt{b^2 + c^2 - 2 * b * c * \cos \alpha}$$

$$b = \sqrt{a^2 + c^2 - 2 * a * c * \cos \beta}$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2 * a * b * \cos \gamma}$$

Sinussatz

$$\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$$

## Entfernung B - Mond

$$d_{B-Mond} = \sqrt{r^2 + d_{Erde-Mond}^2 - 2rd_{Erde-Mond} * \cos(\varphi - \delta)}$$

Mit  $d_{Erde-Mond}$  = 384400 km und r = 6370 km ist  $d_{B-Mond}$ 

Aus dem Sinussatz folgt:

$$\frac{r_{Erde}}{\sin\alpha} = \frac{d_{B-Mond}}{\sin(\varphi - \delta)} = \frac{d_{Erde-Mond}}{\sin\gamma}$$
$$\sin\alpha = \frac{r_{Erde} * \sin(\varphi - \delta)}{d_{B-Mond}}$$
$$\alpha = \arcsin\left[\frac{r_{Erde} * \sin(\varphi - \delta)}{d_{B-Mond}}\right]$$

Dieser Winkel wird von der geozentrischen Deklination abgezogen.

## Genauere topozentrische RA und Deklination\*

Paul Schlyter (Stockholm) empfiehlt in seinem Tutorial "Computing planetary positions" (Siehe "Quellen") folgende Formeln, die hier etwas vereinfacht wurden:

Die Parallaxe des Mondes folgt aus dem Radius der Erde und der tatsächlichen Entfernung Erde - Mond.

$$p_{Mond} = arctan \frac{r_{Erde}}{d_{Erde-Mond}}$$

Der lokale Stundenwinkel des Mondes ist

$$HA = Sternzeit - RA_{geo}$$

Die topozentrische Position ergibt sich dann aus

$$RA_{top} = RA_{geo} - \frac{p_{Mond} * \cos \varphi * \sin HA}{\cos \delta_{geo}}$$
 und

$$\delta_{top} = \delta_{geo} - \frac{p_{Mond} * \sin \varphi * \sin \delta_{geo}}{\sin \delta_{geo}}$$

#### **EXCEL**:

- RA- $(p*COS(BOGENMASS(\phi))*SIN(BOGENMASS(HA))/COS(BOGENMASS(\delta)))$
- $\delta$ -(p\*SIN(BOGENMASS( $\phi$ ))\*SIN(BOGENMASS( $\delta$ ))/SIN(BOGENMASS( $\delta$ )))

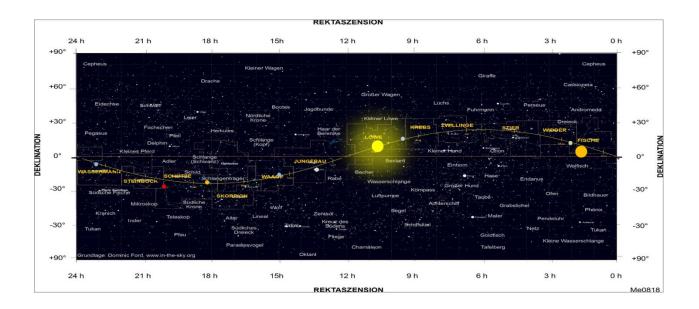
Testdatum 30.08.2018 12:00 UTC $\rightarrow$  RA = 22,9420  $\rightarrow$  1,52946858  $\rightarrow$  1:31:46,  $\delta$  = 3,3905

# Rektaszension und Deklination (Sonne, Mond und Planeten)

## Testdatum 30.08.2018 12:00 UTC→

						•		Uranus	•
Rektaszension	10:35	1:31	9:28	13:17	20:05	14:58	18:10	2:00	23:06
Deklination	8,9	3,4	15,4	-11,5	-26,2	-16,0	-22,7	11,7	-6,8

<sup>\*)</sup> Vereinfachte Formeln mit geringem Genauigkeitsverlust



## Aus Rektaszension und Deklination werden Höhe und Azimut

Mit der Rotation der Erde bewegen sich Sonne, Mond, Planeten und Sterne von Ost nach West über den Himmel. Bei der Berechnung der Höhe und des Azimuts geht die Zeit in Form des Stundenwinkels zum Frühlingspunkt ein.

Der lokale Stundenwinkel zum Frühlingspunkt ergibt sich aus der Addition des Stundenwinkels in Greenwich (Nullmeridian) und der lokalen geographischen Länge

$$\theta_{lokal} = \theta_{Greenwich} + \lambda_{lokal}$$

Der Stundenwinkel des Himmelsköpers ist die Differenz zwischen dem lokalen Stundenwinkel und dem Rektaszensionswinkel des Himmelskörpers

$$\tau = \theta_{lokal} - RA$$

## Höhe

Die Höhe über dem Horizont hängt ab von

- ullet der Deklination des Himmelsköpers  $\delta$
- der geographischen Breite des Beobachtungsortes  $\varphi$
- dem lokalen Stundenwinkel des Himmelskörpers au

$$h = \arcsin(\cos \delta * \cos \tau * \cos \varphi + \sin \delta * \sin \varphi)$$

## EXCEL:

ARCSIN(COS(BOGENMASS( $\delta$ ))\*COS(BOGENMASS( $\tau$ ))\*COS(BOGENMASS( $\phi$ ))+SIN(BOGENMASS( $\delta$ ))\*SIN(BOGENMASS( $\phi$ )))\*180/PI()

## Azimut:

Die Kompassrichtung (Azimut) ist abhängig

- vom Stundenwinkel
- Längendifferenz zum Nullmeridian (Greenwich).

$$a = \arctan\left[\frac{\sin\tau}{\cos\tau * \sin\varphi - \tan\delta * \cos\varphi}\right]$$

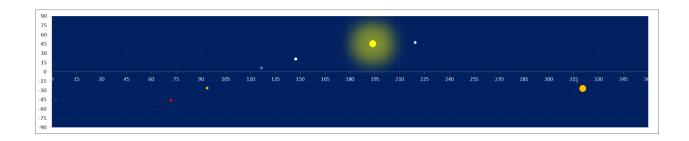
#### **EXCEL:**

ARCTAN(SIN(BOGENMASS( $\tau$ ))/(COS(BOGENMASS( $\tau$ ))\*SIN(BOGENMASS( $\varphi$ ))-TAN(BOGENMASS( $\delta$ ))\*COS(BOGENMASS( $\varphi$ ))))\*180/PI()

Der Azimut soll von Norden gezählt werden ( $N = 0^{\circ}$ ,  $O = 90^{\circ}$ ,  $S = 180^{\circ}$ ,  $W = 270^{\circ}$ ) Für die Gleichung gibt es zwei Lösungen. Ist der Nenner des in der Klammer stehenden Bruches negativ werden 360° hinzugezählt, andernfalls 180°. Das Ergebnis wird schließlich mit der GANZZAHL-Funktion auf den Bereich 0° - 360° normiert.

#### Testdatum 30.08.2018 12:00 UTC→

	Sonne	Mond	Merkur	Venus	Mars	Jupiter	Saturn	Uranus	Neptun
Azimut	193,6	320,5	219,3	147,2	71,8	126,5	93,6	317,1	2,4
Höhe	45,8	-27,0	47,5	20,8	-46,3	6,2	-26,	-17,0	-44,4



# Benutzte und empfohlene Quellen:

## Rechenmethoden

Montenbruck, Oliver, Grundlagen der Ephemeridenrechnung, Springer Spektrum Verlag, 2005

Richter, Dieter, Ephemeridenrechnung Schritt für Schritt, Springer Spektrum Verlag, 2017

Hünniger, Dirk, Astronomische Berechnungen für Amateure, Wikibooks, de.wikinooks.org

Duffett-Smith, Peter. Practical Astronomy with Your Calculator, Cambridge University Press (Third Edition)

Planet positions using elliptical orbits, http://www.stargazing.net/kepler/ellipse.html

Paul Schlyter, How to compute planetary positions, Stockholm 1979,

www. http://stjarnhimlen.se/comp/ppcomp.html

Paul Schlyter, Computing planetary positions - a tutorial with worked examples, http://stjarnhimlen.se/comp/tutorial.html

Universidade de Coimbra (Portugal), Moon - Phases of the Moon: http://www.mat.uc.pt/~efemast/help/en/lua fas.htm

## Überprüfung der Ergebnisse

https://www.calsky.com

http://www.jgiesen.de

Astronomical Almanac, Planeten: http://asa.usno.navy.mil/SecE/Section\_E.html

Astronomical Almanac 2010, http://www.pierpaoloricci.it/download/almanacco2010\_eng.htm

# Genauigkeit der Ergebnisse

Astronomical Almanac 2018
30.08.2018 00:00 UTC
http://asa.usno.navy.mil/SecE/Section\_E.html
Geocentric coordinates for 0h TT on Thursday, 30 Aug 2018

Planet	RA (° ′ ′′)	δ (° ΄ ΄΄)	r (AE)
Mercury	09 25 16.680	+15 27 59.89	1.0020619
Venus	13 16 09.548	-11 14 57.67	0.5877975
Mars	20 08 18.793	-26 04 39.91	0.4416452
Jupiter	14 58 44.326	-16 03 28.46	5.6391635
Saturn	18 11 13.048	-22 41 18.44	9.5806312
Uranus	02 01 28.024	+11 46 13.52	19.2905910
Neptune	23 07 29.343	-6 42 17.77	28.9423340

<sup>&</sup>quot;Unser Kleines Planetarium": 30.08.2018 00:00 UTC

	Merkur	Venus	Mars	Jupiter	Saturn	Uranus	Neptun
Rektaszension RA	9:25	13:16	20:05	14:58	18:10	2:00	23:06
Deklination $\delta$	15,5	-11,3	-26,2	-16,0	-22,7	11,7	-6,8
Distanz r (AE)	1,0147	0,5872	0,4457	5,6508	9,5781	19,2836	28,9385

Sonne und Mond, Rektaszension, Deklination und ekliptikale Länge

30.08.2018 12:00 UTC

	RA	δ	$\lambda_{Ekl}$		RA	δ	$\lambda_{Ekl}$
Sonne				Mond			
Redshift	10:35:08	+08°54′44	-	Redshift	01:30:31	+3°22′13′′	
Calsky	10:35:09.2	+8:55:41	157:04:30	Calsky	1:30:30.6	+3:22:21	22:46:17
"Planetarium"	10:35	+8,9	157,1	"Planetarium"	1:31	+3,4	22,8

Sonne und Mond, Azimut und Höhe, Auf- und Untergang

## 30.08.2018 12:00 UTC

	Azimut	Höhe	SA	SU		Azimut	Höhe	MA	MU
Sonne					Mond				
Redshift	193°38′54′	45°50′59′′	05:28	19:13	Redshift	320°48′00′′	-27°12′16′′	21:04	09:29
"Planetarium"	193,6	45,8	05:31	19:12	"Planetarium"	320,5	-27,0	20:57	09:39

Ingo Mennerich, Hannover, August / September 2018