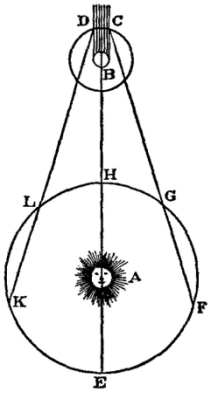
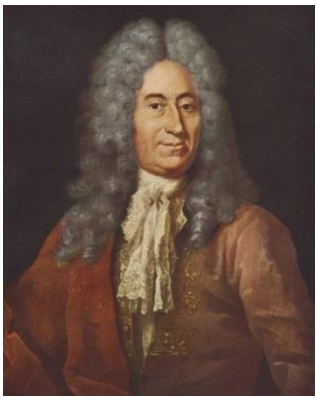
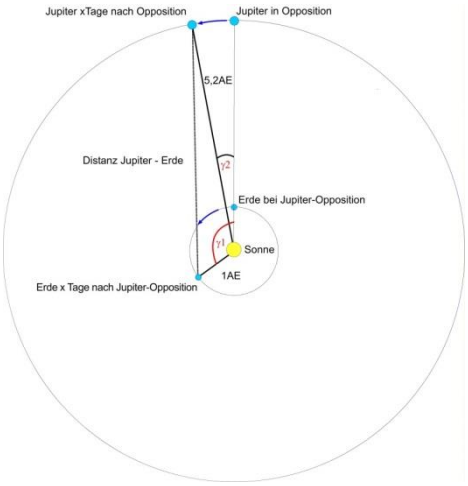
Landeshauptstadt Hannover

Hannover

Schulbiologiezentrum







19.45

Ole Rømer, die Monde des Jupiters und die Frage:

Hat das Licht eine endliche Geschwindigkeit, und wenn, welche?

Oktober 2022

Herausgeber: Landeshauptstadt Hannover

Schulbiologiezentrum Hannover

Titel: Ole Rømer, die Monde des Jupiters und die Frage:

Hat das Licht eine endliche Geschwindigkeit, und wenn, welche?

Titelbild: Jupiter und vier seiner Monde (Jan Sandberg, Wikimedia), Verfinsterung des Mondes Io (Ole Römer, Wikimedia), Ole Römer (Jacob Coning, Wikimedia), Umlaufbahnen Erde und Jupiter (Ingo Mennerich),Ole Römer bei der Arbeit in seinem Observatorium in Kopenhagen (Peder Nielsen, Wikimedia)

Arbeitshilfe 19.45

Verfasser: Ingo Mennerich

Herausgeber: Landeshauptstadt Hannover
Fachbereich Bibliothek und Schule
Schulbiologiezentrum
Vinnhorster Weg 2
30419 Hannover
Tel: 0511/168-47665
Fax: 0511/168-47352
E-Mail: schulbiologiezentrum@hannover-stadt.de
Internet: www.schulbiologiezentrum.info

Inhalt

Ein Gedankenexperiment	1
Hat das Licht eine endliche Geschwindigkeit und wenn ja, welche?	1
Ferne Taktgeber: Die Monde des Jupiter	2
Ole Rømer und die Finsternisse des Jupitermondes Io	4
Von Rømer im Jahre 1676 beobachtete Io-Finsternisse	7
Io-Finsternisse 2022	8
Berechnung der Laufzeitverzögerungen 2022	10
Entfernung Erde-Jupiter mit dem Kosinussatz berechnen	11
Ermittlung der Lichtgeschwindigkeit	12
Mit "Kepler" die mittlere Entfernung eines Planeten bestimmen	13
Wie lange braucht das Licht um den Erdbahndurchmesser zu durchqueren?	15

Tafel an der Kathedrale in Aarhus

Ole Rømer

1644 - 1710

Er maß die "Verzögerung des Lichts"

Student der Kathedralschule zu Aarhus 1662

Foto: RhinoMind, Wikimedia

Ein Gedankenexperiment

Zwei Planeten umkreisen einen Stern, der eine, weil auf der inneren Bahn, schneller als der auf der äußeren. Beide sind von intelligenten Wesen bewohnt. Sie haben zum Zeichen ihrer friedlichen Koexistenz Leuchttürme errichtet die so stark leuchten, dass sie auf dem jeweils anderen Planeten gut sichtbar sind. Mehrmals pro Tag blinken sie auf. Bei Empfang wird als Antwortsignal ein grünes Licht ausgesandt dessen Empfang auf dem anderen Planeten ebenfalls durch ein Grünes Licht bestätigt wird.

- Was wäre, wenn sich das Licht unendlich schnell ausbreiten würde?
- Was wäre, wenn das Licht eine endliche Geschwindigkeit hätte?
- Was ergibt sich dann aus der Bewegung der beiden Planeten?

Hat das Licht eine endliche Geschwindigkeit, und wenn, welche?

Diese Fragen sind natürlich längst beantwortet. Die Lichtgeschwindigkeit ist endlich und sie hat einen von der Wissenschaft allgemein akzeptierten exakten Wert

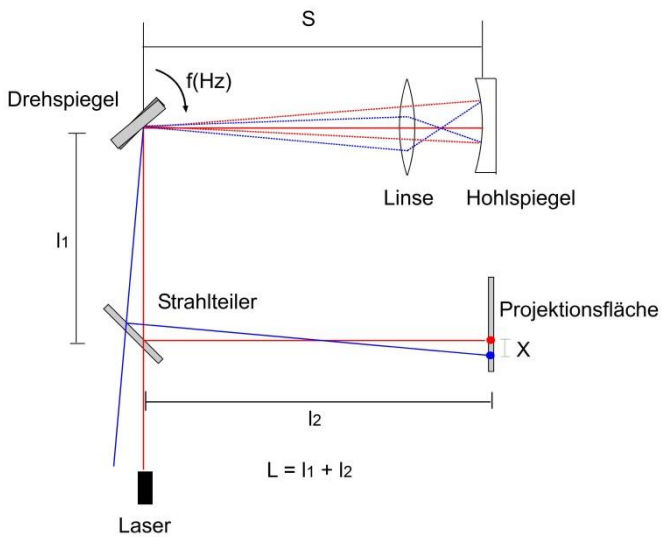
299792458 m/s

Wäre das Licht in der Lage der Erdkrümmung zu folgen könnte es unseren Planeten in einer Sekunde 7 ½mal umrunden. Das Licht des Mondes ist schon mehr als eine Sekunde unterwegs wenn wir ihn sehen. Und wenn die Sonne ganz plötzlich ausginge würde es auf der Erde erst 8 Minuten später dunkel. Das Licht des Jupiters ist je nach seinem Abstand zur Erde mal mehr, mal weniger als eine halbe Stunde unterwegs bis es unsere Augen erreicht. Woher wissen wir das eigentlich? Und kann man die Lichtgeschwindigkeit in der Schule messen?

Die ersten Versuche die Galileo Galilei dazu machte kann man auf dem Sportplatz wiederholen. Heute würden wir statt Laternen LED-Taschenlampen verwenden, ansonsten ist die Vorgehensweise dieselbe. Person A lässt die Leuchte kurz aufblitzen, die weit entfernte Person B antwortet sobald das Signal bei ihr angekommen ist. Dass die Verzögerung nur der Reaktionszeit geschuldet ist wird deutlich wenn man das Experiment in ganz kurzem oder sehr großem Abstand zueinander wiederholt. Den Versuch sollte man anschließend mit zwei Startklappen wiederholen. Dann erklärt sich wie von selbst, dass der Donner immer auf den Blitz folgt und nie umgekehrt.

Hätte es schon in den ersten Tagen rationaler Wissenschaft Telefone gegeben hätte sich die Frage nach der endlichen (oder unendlichen?) Lichtgeschwindigkeit wohl nicht gestellt. Denn anders lässt sich das Zögern eines fernen Gesprächspartners oder das papageienartige Echo der eigenen Stimme nicht erklären. Das Licht ist zu schnell um seine Geschwindigkeit im Alltag wahrzunehmen und täuscht uns Gleichzeitigkeit vor. Tatsächlich blicken (und hören) immer in die Vergangenheit.

Wer einmal, wie ich, das Glück hatte, in der Schule unter den wachsamen und nachsichtigen Augen eines für die experimentelle Physik brennenden Lehrers das Drehspiegel-Experiment nach Foucault bzw. Michelson aufbauen und durchführen zu dürfen wird sich erinnern, wie schwierig es ist daraus die Lichtgeschwindigkeit zu ermitteln. Kleinste Erschütterungen, wie beispielsweise eine unter der Schule fahrende U-Bahn ließen mich verzweifeln. Natürlich lag ich, obwohl von der Idee des Versuchs fasziniert, mit dem Ergebnis ziemlich daneben. Die dabei gewonnenen Erfahrungen prägten dennoch.



Grafik: Ingo Mennerich nach Wikipedia/Drehspiegelmethode

Drehspiegel-Versuch:

Ein Lichtstrahl (Laser) wird durch einen halbdurchlässigen Spiegel (Strahlteiler) auf einen sehr schnell rotierenden Spiegel gerichtet und durch einen im Abstand S montierten Hohlspiegel zurück auf den Drehspiegel gelenkt. Wenn das Licht dorthin zurückkehrt hat dieser sich um einen von der Wegstrecke *S* und der Rotationsfrequenz *f* abhängigen Winkel weitergedreht und wirft den Lichtpunkt im Winkel α auf eine Projektionsfläche.
Die Lichtgeschwindigkeit c errechnet sich aus

$$c = \frac{8\pi SLf}{\Delta X}$$

Beispiel: Mit *S* = 15 m, *L* = 10m und einer Rotationsfrequenz von 460 Hz wird die Auslenkung ΔX mit 6 mm gemessen. Daraus errechnet man *c* = 282743,339 km/s

Modulierter Laser

Ein etwas einfacherer, in der Schule durchführbarer Versuch besteht darin, einen Laserstrahl sehr schnell pulsieren zu lassen, beispielsweise mit einem Rechteckgenerator. Das Ausgangs- und das reflektierte nach zweimaligem Durchlaufen einer Messstrecke dann phasenverschobene Empfangssignal werden mit einem Zweikanal- Oszilloskop untersucht. Wenn beim hochfrequent modulierten Laser nach 2x10m Strecke ein Laufzeitunterschied von 66 Nanosekunden festgestellt wird ist man dem tatsächlichen Wert von *c* schon sehr nahe.

Ferne Taktgeber: Die Monde des Jupiter

Die hier im Zentrum der Betrachtung stehende Herangehensweise entstammt einer Zeit als das Fernrohr gerade erfunden war. So primitiv, dass man es mit einer Pappröhre und zwei Lupen nachbauen könnte. Und es gab keine Computer, keine Taschenrechner, nur Papier und Stift. Wir wollen versuchen mit heutigen Mitteln nachzuvollziehen, wie kluge Köpfe sich vor mehr als drei Jahrhunderten mit der damals völlig ungelösten Frage auseinandersetzten ob das Licht überhaupt eine Geschwindigkeit hätte. Die Frage nach der Geschwindigkeit selbst stand dabei zunächst noch gar nicht auf der Tagesordnung. Stellvertretend für einen dieser klugen Köpfe geht es hier um den dänischen Astronomen Ole Rømer, der über mehrere Jahre hinweg in Kopenhagen mit einfachen Mitteln die Bewegung der Monde des Jupiters beobachtete und daraus bahnbrechende Schlüsse in Bezug auf die Natur des Lichts zog.

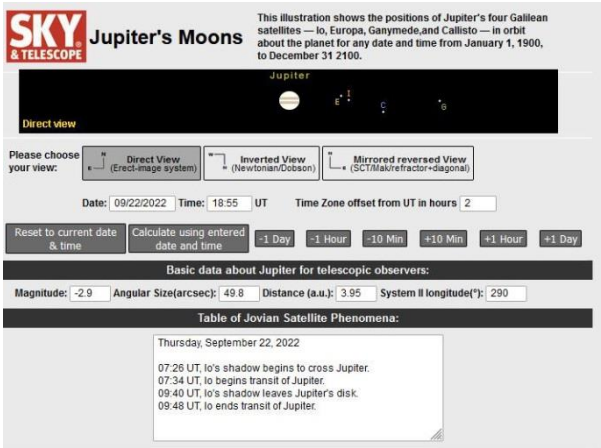
Ende des 17. Jahrhunderts: Galileo Galilei hat gerade durch geduldige Beobachtung entdeckt, dass der mit der neuen Optik vergrößerte Planet Jupiter von vier hellen Monden umtanzt wird und dass dies wie bei einem Uhrwerk nach festen Regeln geschieht. Der innerste Mond Io ist am schnellsten, es folgenden, Europa, Ganymed und Kallisto. Sie sind etwa so groß wie unser Erdmond.

Foto: Jan Sandberg - WIKIMEDIA

Aufgrund der großen Masse des Jupiters sind die Umlaufzeiten der galileischen Monde viel kürzer als die unseres Erdmondes. Diese Ursachen Zusammenhänge erkannte man etwa zeitgleich mit Isaac Newton.

Jupiter ist etwa ¾ jedes Jahres am Nachthimmel zu sehen und bei wolkenfreiem Himmel von jedem ohne Hilfsmittel leicht zu erkennen. Wer sich die Mühe macht, dem Tanz seiner Monde über mehrere Nächte zuzusehen (dazu reicht ein Fernglas!) wird eine wie ein Wunder erscheinende Harmonie feststellen: Europa braucht genau zweimal, Ganymed genau viermal so viel Zeit wie Io für einen Umlauf. Das Verhältnis 1:2:4 ist allerdings keiner Magie geschuldet sondern der physikalisch begründeten "Laplace- Resonanz".

In bestimmten Abständen verschwindet jeweils einer der Monde kurzzeitig hinter dem Planeten. Manchmal auch zwei oder (selten) drei auf einmal. Dann scheint Jupiter kurzzeitig nur einen Mond zu haben. Wer mit etwas Vorbereitung dabei ist, wenn ein Mond in den Schatten Jupiters tritt und dann wie "ausgeknipst" erscheint wird das nie vergessen. Oder wenn er aus dem Schatten heraustritt. Zu weiteren astronomischen Leckerbissen gehört, beobachten zu können, wie sich ein kreisrunder schwarzer Schatten über die Jupiteroberfläche wandert. Dann sind wir Zeuge einer fernen Sonnenfinsternis.



Heute findet man die genauen Zeiten solcher Ereignisse im Internet. Dann kann man das Fernrohr rechtzeitig auf den Jupiter richten. Eine gute Quelle ist skyandelescope.org: Die Seite (hier ein Screenshot) zeigt minutengenau einstellbar alle Jupitermond-Konstellationen von 1900 bis 2100.

Im 17. Jahrhundert waren das zunächst Zufallsbeobachtungen die sich erst im Laufe der Zeit als regelmäßig wiederkehrend herausstellten.

Wenn diese "Mondfinsternisse" so regelmäßig geschehen, kann man das als Eichgeber für die damals noch mechanischen und immer wieder ungenau gehenden Uhren nutzen? So dachte Galileo Galilei.

Heute verlassen wir uns auf ein Handy oder Navi um von A nach B zu kommen, manchmal ohne uns vorher eine räumliche Vorstellung davon zu machen. Übrigens: Ohne Kenntnis der Licht-geschwindigkeit würde kein heutiges Navi funktionieren. Damals nutze man auf den weiten einsamen und gleichförmigen Ozeanen die Sonne und die Sterne, die mit großer Regelmäßigkeit ihre scheinbaren Positionen wiederholten. In einer Zeit, wo es noch keine tragbaren, genau gehenden Uhren gab mit denen Schiffsbesatzungen auf den weiten einsamen Ozeanen feststellen können, wann genau ein bestimmter Stern im Süden steht könnte war die Feststellung der genauen (Welt-) Zeit ein hohes wissenschaftliches Ziel.

Ole Rømer und die Finsternisse des Jupitermondes Io

Wikipedia; Ole Rømer
Portait von Jacob Coning , ca. 1700

Zweite Hälfte des 17. Jahrhunderts: Ole Rømer, ein junger dänischer Astronom notiert nächtelang am Fernrohr genau, wann Io, der innerste Mond wieder in den Jupiterschatten tritt. Das wiederholt sich schon nach kurzer Zeit, weil Io in nur etwa 42 Stunden den Jupiter umkreist. Unter der (richtigen) Annahme, dass sich die Umlaufgeschwindigkeit nicht ändert sollten die Io-Mondfinsternisse eigentlich ganz regelmäßig stattfinden. In der Nacht an dem der Jupiter der Sonne gegenüber steht (die Astronomen nennen das Opposition) misst Rømer eine Umlaufzeit von 42 Stunden und 27 Minuten.

In den folgenden Wochen stellt er fest, was er schon länger vermutet.

Die folgenden Finsternisse treten nicht pünktlich ein sondern verspäten sich, und zwar umso mehr, je länger die Opposition her ist.

Das kann für Rømer nur mit der wachsenden Entfernung zwischen Erde und Mond zu tun haben. Am Tage der Opposition sind sich Erde und Jupiter besonders nahe um sich danach wieder voneinander zu entfernen. Unter den Astronomen der damaligen Zeit gibt es seit langem Streit: Ist das Licht unendlich schnell oder hat es eine endliche Geschwindigkeit? Wenn es unendlich schnell wäre geschieht alles, was wir sehen in dem Moment wo wir es sehen. Auch wenn es weit entfernt ist. Wenn es endlich schnell ist, blicken wir immer in die Vergangenheit.

Wenn wir auf den hell leuchtenden Jupiter blicken, sehen wir ihn jetzt wie er "jetzt" ist, oder erst nach einiger, damals noch völlig unbekannten Zeitspanne? Die Planeten und Sterne selbst verraten uns nicht, wie lange ihr Licht zu uns unterwegs gewesen ist.

Da eröffnen die Io-Finsternisse eine ganz neue Perspektive:

Im ersten Fall würde Io in unseren Fernrohren genau in dem Moment "ausgehen" wenn in den Schatten des Jupiters tritt. Im zweiten Fall würde eine gewisse Zeit vergehen bis wir das beobachten können. Die Idee, die aus Rømers Beobachtungen entstand: Aus den Verzögerungen die Lichtgeschwindigkeit errechnen und damit die Zeit, die das Licht braucht um beispielsweise vom Jupiter zu uns zu gelangen. Dahin war es damals noch ein weiter Weg. Mit Johannes Kepler eröffnete sich zwar die Möglichkeit, aus den beobachteten Umlaufzeiten der Planeten ihre relativen Abstände zueinander zu berechnen. Über die absoluten Werte ihrer Bahnradien, momentanen Distanzen und Größen konnte man dagegen nur spekulieren. Erst als die Distanz Sonne - Erde (AE = Astronomische Einheit, ca. 149,6 Millionen Kilometer) ein Jahrhundert später sehr aufwändig mit Hilfe eines Venustransits vermessen und berechnet werden konnte war dies möglich.

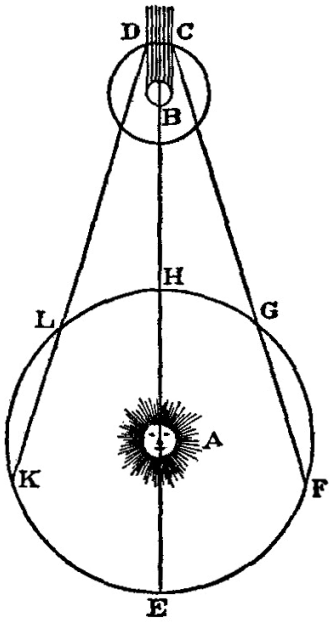
Rømer schloss aus seinen Beobachtungen, dass das Licht des Jupiters bei der Konjunktion 22 Minuten (heutiger Wert: ca. 16,7 Minuten*) länger unterwegs wäre als in Opposition ein halbes Jahr zuvor. Beobachtbar ist die Konjunktion nicht, da der Jupiter für uns dann hinter der Sonne steht.

Aber ohne Kenntnis der AE war es nicht möglich zu bestimmen, wie "alt" das Jupiterlicht ist, wenn es uns erreicht.

Heute kann die Lichtgeschwindigkeit schon überprüft werden wenn man ein Signal zum Mond schickt und auf das Echo wartet. Nur die momentane Distanz zum Mond muss bekannt sein. (Ein geometrischer Ansatz in unserer Arbeitshilfe 19.75 " Wie groß ist der Mond? Wie weit ist er entfernt?)

Der Weg der zu dieser Zahl (c = 299792,458 km/s) und ihren Konsequenzen geführt hat ist lang. Aus der Endlichkeit der Lichtgeschwindigkeit folgte die Relativitätstheorie die uns leert, dass Raum und Zeit miteinander verwoben sind. Dass Masse und Energie über das "c" zusammenhängen führte zur Kernenergie und zur Erkenntnis wie uns die uns am Leben erhaltende Sonne funktioniert. Aber auch zur Atombombe. Die Arbeiten Ole Rømers sind ein früher, aber bedeutsamer Meilenstein. Nicht nur Einstein, wir alle stehen auf den Schultern vieler großer Geister. Manchen ist das bewusst, andere drücken auf Knöpfe und haben keine Ahnung warum dann ein erwartetes Ergebnis herauskommt …

*)2*AE/c = 16,447 Minuten



Wikipedia; Ole Rømer
https://en.wikipedia.org/wiki/Ole_R%C3%B8mer

Illustration aus einem Artikel von 1667, Rømers Messungen des Lichts beschreibend

A: Sonne
B: Jupiter
C: Io, Eintritt in den Jupiterschatten
D: Io, Austritt aus dem Jupiterschatten

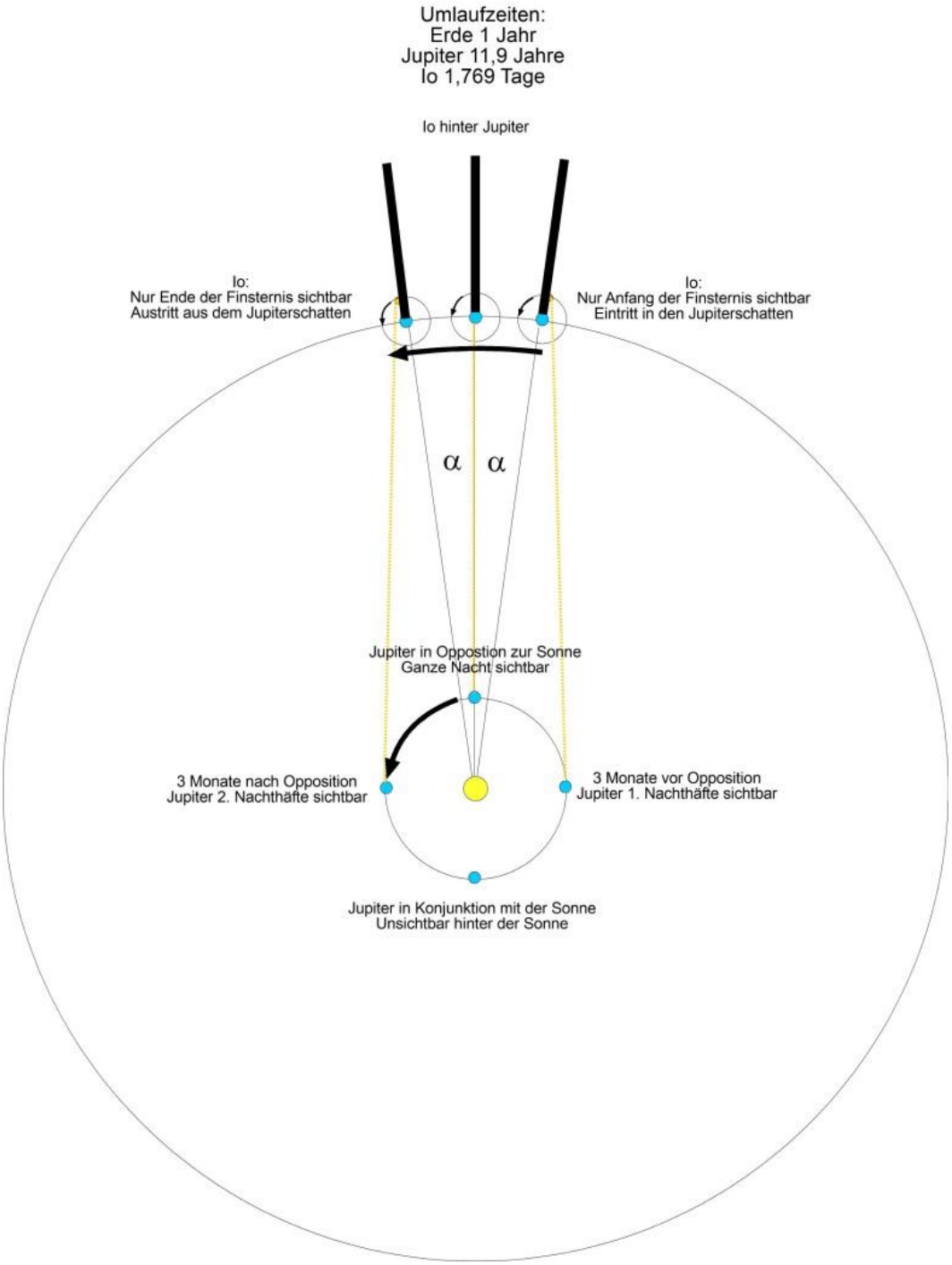
E: Erde in Konjunktion mit Jupiter
Größte Entfernung Erde-Jupiter,
Jupiter unsichtbar hinter der Sonne am Taghimmel

H: Erde in Opposition mit Jupiter
Geringste Entfernung Erde-Jupiter,
Jupiter hell, der Sonne gegenüber am Nachthimmel

F und G: Positionen der Erde vor der Opposition
K und L: Positionen der Erde nach der Opposition

Warum nie eine ganze Finsternis zu beobachten ist

Bei einer Mondfinsternis kann man sowohl den Eintritt in als auch den Austritt aus dem Schatten der Erde beobachten. Das ist bei den Finsternissen der Jupitermonde nicht möglich. Der Grund ist ganz einfach: Der Riesenplanet verdeckt aus der Erdperspektive einen Teil seines eigenen Schattens und Io ist ihm sehr nahe.
In der Zeit vor der Opposition ist nur der Anfang zu sehen (der Mond wird "ausgeknipst"), nach nur das Ende (der Mond wird "angeknipst"). Wenn die Verfinsterung zeitlich mit der Opposition zusammenfällt wird man beides nicht sehen können.



Grafik: Ingo Mennerich

Jupiter (äußere Bahn) und Erde (innere Bahn), Opposition und Konjunktion

Schattenwurf des Jupiter, Ein- und Austritt des Mondes in den Schatten

Jupiter braucht etwa 12 Jahre für eine Reise um die Sonne, die Erde ein Jahr.

Von Rømer im Jahre 1676 beobachtete Io-Finsternisse:

The eclipses of Io recorded by Rømer in 1676

Time is normalized (hours since midnight rather than since noon); values on even rows are calculated from the original data.

Month	Day	Time	Tide	orbits	average (hours)
June	13	2:49:42	C		
		2,750,789s		18	42.45
May	13	22:56:11	C		
		4,747,719s		31	42.54
Aug	7	21:44:50	D		
		612,065s		4	42.50
Aug	14	23:45:55	D		
		764,718s		5	42.48
Aug	23	20:11:13	D		
		6,906,272s		45	42.63
Nov	9	17:35:45	D		

Zwei Finsternisse fanden vor der Opposition statt (C), vier danach (D). Vor der Opposition ist nur der Eintritt in den Schatten feststellbar, der Austritt findet hinter dem Planeten statt. Nach der Opposition sieht man nur das Ende der Finsternis.
Die etwaigen Umlaufzeiten der Jupiter-Monde lassen sich leicht feststellen indem man das Zeitintervall zwischen zwei gleichen Positionen misst.
Wird die Zeit zwischen zwei beobachteten Finsternissen durch die Umlaufzeit geteilt, erhält man die Anzahl der zwischenzeitlichen Umläufe.
Wird das Zeitintervall zwischen den beobachteten Finsternissen durch die Anzahl der Umläufe geteilt, erhalten wir die für diesen Zeitraum geltende beobachtete durchschnittliche Periode.

https://en.wikipedia.org/wiki/Ole_R%C3%B8mer

Diese sind bei Annäherung an die Opposition kürzer als danach. Zwischen der vermuteten Opposition Anfang Juni und dem 9. November, 54 Umkreisungen später war die Verzögerung auf 10 Minuten aufgelaufen.

NACHGERECHNET: Nach REDSHIFT lag die Jupiteropposition 1676 etwa Anfang Juni (Distanz Erde - Jupiter 13.06.1676 4,244 AE). Die beobachte Periode im Juni lag bei 42,45 Stunden, Anfang November bei 42,63 Stunden. Die Differenz beträgt 10,7 Minuten.
Zwischen dem 13.06. und dem 09.11 liegen 149 Tage

Anders als Rømer müssen wir uns heute nicht mehr die Nächte um die Ohren zu schlagen und auf den Jupiter zu starren*. Das Ergebnis seiner Überlegungen ist bekannt und durch viele andere und genauere Methoden bestätigt. Lohnend ist aber seine Methode zu verfolgen. Dabei sollte deutlich werden, welche großartige intellektuelle Leistung im Ansatz, der genauen wissenschaftlichen Beobachtung und der Auswertung liegt.

Das kann mit aktuellen und leicht im Internet zu findenden Daten, etwas räumlichem Vorstellungsvermögen und ein wenig Mathematik geschehen, wobei Programme wie EXCEL das Rechnen sehr vereinfachen.

Die folgenden Daten zu den Io-Verfinsterungen stammen aus dem KOSMOS Himmelsjahr 2022, bestätigt durch wikibooks.org

*) Die Gelegenheit eine Jupiter-Mondfinsternis tatsächlich und mit eigenen Mitteln zu beobachten sollte man sich nicht entgehen lassen!

Io-Finsternisse 2022

A: Auf der Erde beobachteter oder vorausberechneter Eintritt (VA) oder Austritt (VE) aus dem Jupiterschatten

B: Tage vor oder nach der Opposition (Jupiter steht der Sonne gegenüber, kürzeste Entfernung Erde-Jupiter

C: Quotient aus Spalte B und der Umlaufzeit (1,769 Tage)

D: Gerundete, tatsächliche Umläufe vor (-) bzw. nach (+) der Opposition

E: Berechneter tatsächlicher Eintritt (VA) oder Austritt (VE) aus dem Jupiterschatten

F: Differenz zwischen auf der Erde beobachteten und tatsächlichem Eintritt oder Austritt in Minuten

A		B		C		D		E		F
VA beobachtet		**Tage vor OPP**		**Tage vor Opposition /Umlaufzeit**		**Umläufe (gerundet)**		**VE berechnet**		**dT (min)**
16.06.2022 03:05		-100,88		-56,9980		-57		16.06.2022 03:00		5,13
02.07.2022 01:22		-84,95		-47,9984		-48		02.07.2022 01:18		4,17
09.07.2022 03:16		-77,87		-43,9985		-44		09.07.2022 03:12		3,70
25.07.2022 01:32		-61,94		-34,9990		-35		25.07.2022 01:30		2,53
01.08.2022 03:26		-54,86		-30,9992		-31		01.08.2022 03:24		2,03
09.08.2022 23:49		-46,02		-25,9994		-26		09.08.2022 23:47		1,48
17.08.2022 01:43		-38,94		-21,9996		-22		17.08.2022 01:42		1,06
24.08.2022 03:37		-31,86		-17,9997		-18		24.08.2022 03:36		0,67
25.08.2022 22:06		-30,09		-16,9998		-17		25.08.2022 22:05		0,57
02.09.2022 00:00		-23,01		-12,9999		-13		01.09.2022 23:59		0,29
09.09.2022 01:54		-15,93		-9,0000		-9		09.09.2022 01:54		0,09
10.09.2022 20:23		-14,16		-8,0000		-8		10.09.2022 20:23		0,05
16.09.2022 03:48		-8,85		-5,0000		-5		16.09.2022 03:48		-0,01
17.09.2022 22:17		-7,08		-4,0000		-4		17.09.2022 22:17		-0,01

23.09.2022 05:43		-1,77		-1,0000		-1		23.09.2022 05:43		-0,02
25.09.2022 00:11		0,00		0,0000		0		25.09.2022 00:11		0,00
OPPOSITION										
26.09.2022 21:00										
VE beobachtet		**Tage nach OPP**		**Tage nach Opposition /Umlaufzeit**		**Umläufe (gerundet)**		**VE berechnet**		**dT (min)**
26.09.2022 20:53		0,00		0,0000		0		26.09.2022 20:53		0,00
02.10.2022 04:19		5,31		3,0000		3		02.10.2022 04:19		0,05
03.10.2022 22:48		7,08		4,0000		4		03.10.2022 22:48		0,06
11.10.2022 00:42		14,16		8,0001		8		11.10.2022 00:42		0,25
12.10.2022 19:11		15,93		9,0001		9		12.10.2022 19:11		0,31
18.10.2022 02:37		21,24		12,0002		12		18.10.2022 02:37		0,53
19.10.2022 21:06		23,01		13,0002		13		19.10.2022 21:05		0,63
26.10.2022 23:01		30,09		17,0004		17		26.10.2022 23:00		1,08
28.10.2022 17:30		31,86		18,0005		18		28.10.2022 17:28		1,21
03.11.2022 00:56		37,17		21,0006		21		03.11.2022 00:54		1,61
04.11.2022 19:25		38,94		22,0007		22		04.11.2022 19:23		1,77
11.11.2022 21:20		46,02		26,0010		26		11.11.2022 21:17		2,44
18.11.2022 23:15		53,10		30,0013		30		18.11.2022 23:12		3,20
20.11.2022 17:44		54,87		31,0013		31		20.11.2022 17:40		3,39
26.11.2022 01:10		60,18		34,0016		34		26.11.2022 01:06		4,03
27.11.2022 19:39		61,95		35,0017		35		27.11.2022 19:35		4,23
04.12.2022 21:34		69,03		39,0020		39		04.12.2022 21:29		5,15
11.12.2022 23:30		76,11		43,0024		43		11.12.2022 23:24		6,13
13.12.2022 17:59		77,88		44,0025		44		13.12.2022 17:52		6,38
20.12.2022 19:54		84,96		48,0029		48		20.12.2022 19:47		7,41
27.12.2022 21:50		92,04		52,0033		52		27.12.2022 21:41		8,46

Daten der Finsternisse: Kosmos Himmelsjahr 2022 und https://de.wikibooks.org/wiki/Einführung_in_die_Astronomie:_Planeten:_Jupitermond-Ereignisse#2022

Berechnung der Laufzeitverzögerungen 2022

Die Methode:

Die Zeitpunkte zwischen auf der Erde zu beobachtenden Schatten-Eintritten (vor der Opposition) bzw. Schatten-Austritten (nach der Opposition) werden untereinander aufgeführt (Spalte A) und in einem ersten Schritt die Zeitspanne dazwischen berechnet (Spalte B). Die Io-Umlaufzeit ist bekannt so dass man leicht ermitteln kann wie viele Umläufe zwischen den Terminen der Spalte A liegen. Der Quotient aus B und der Umlaufzeit liefert ein Ergebnis mit Nachkommastellen und wird auf die Ganzzahl reduziert*.

In einem zweiten Schritt wird so getan als ob wir uns in unmittelbarer Nähe des Jupiters befinden. Dann treten die VA bzw. VE-Ereignisse ganz regelmäßig, immer nach jeweils 1,769 Tagen und ohne Verzögerung ein. Die daraus errechneten Zeitpunkte (Spalte E) unterscheiden sich von den auf der Erde beobachteten und zwar umso mehr, desto größer der zeitliche Abstand zur Opposition ist.

Im letzten Schritt werden die Zeitpunkte (A und E) miteinander verglichen.
Der Verlauf (Spalte F) ist im Diagramm links dargestellt.

Auf der X-Achse sind die Tage vor bzw. nach der Jupiter-Opposition 2022 abgetragen, auf der Y-Achse die Laufzeitverzögerung in Minuten.

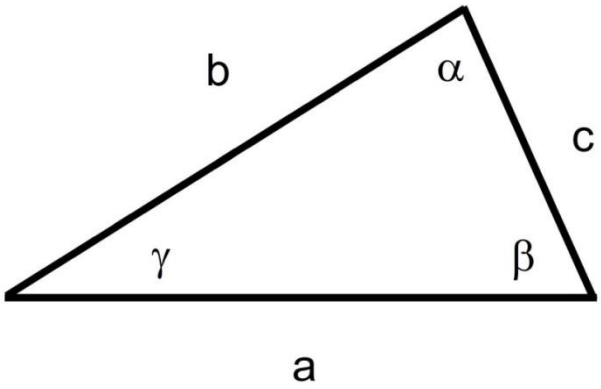
Beobachtbar ist die Zeitspanne zwischen etwa -100 und + 100 Tagen, davor bzw. danach bleibt Jupiter am Taghimmel und damit nicht zu sehen.

Zu erkennen ist, dass die Laufzeit von -5 Minuten stetig abnimmt während sich Erde und Jupiter näher kommen. In der Opposition ist sie Null um danach wieder anzuwachsen, in diesem Fall bis etwa 8 Minuten.

*) Die Differenz zwischen C und D multipliziert mit der Umlaufzeit des Io (2548,61712 Minuten) ergibt die Laufzeitverzögerung

Entfernung Erde-Jupiter mit dem Kosinussatz berechnen

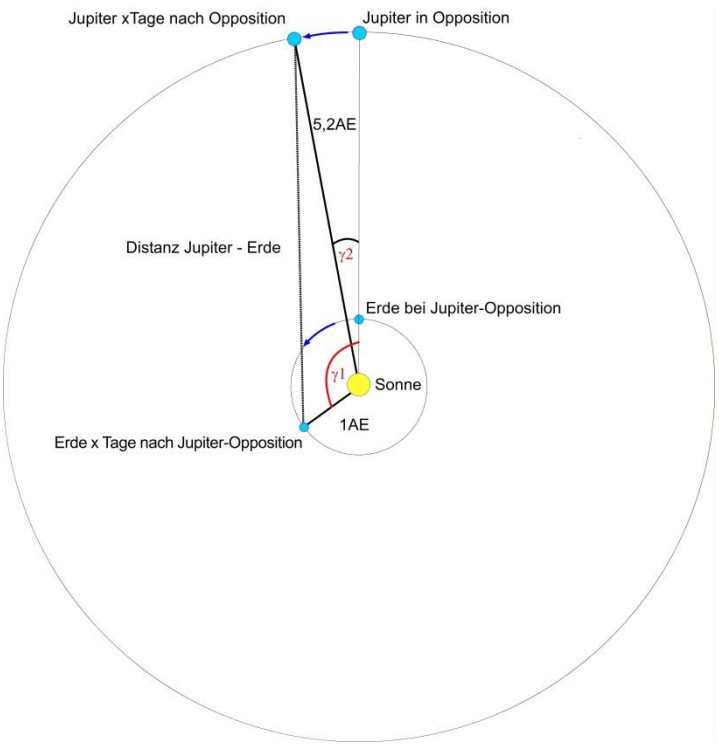
Die Umlaufbahnen der Erde und des Jupiters um die Sonne werden vereinfachend als kreisförmig vorausgesetzt. Die Bahnradien wären danach konstant.



Sind zwei Seiten eines Dreiecks und der von ihnen eingeschlossene Winkel bekannt, kann man die fehlende, dem Winkel gegenüberliegende Seite mit dem Kosinussatz berechnen:

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab * cos\gamma$$

$$c = \sqrt{a^2 + b^2 - 2ab * cos\gamma}$$



Zwischen Opposition und dem Tag x ist die Erde auf ihrer Bahn um die Sonne um den Winkel γ_1 vorangeschritten während Jupiter im gleichen Zeitraum nur γ_2 weitergewandert ist.

Aus den Umlaufzeiten der Erde U_E (365,25 Tage) und des Jupiters U_J (4336,93 Tage) lassen sich die Winkel leicht berechnen:

$$\gamma = \frac{nTage}{U} * 360°$$

Das zu berechnende Dreieck hat die Schenkel 1AE und 5,2 AE mit dem eingeschlossenen Winkel γ_1-γ_2.

Die Strecke zwischen Erde und Jupiter a, Tag x ist

$$c = \sqrt{5{,}2^2 + 1^2 - 10{,}4 * cos(\gamma_1 - \gamma_2)}$$

Beispiel:

- Zwischen den Verfinsterungen am 26.09.und dem 27.12.2022 liegen 92,039 Tage. Das ergibt mit der beobachteten Io- Umlaufzeit von 1,769 Tagen 53 Umläufe.
- Die Winkel sind $\gamma_{Erde} = \frac{92{,}0349\ d}{365{,}25\ d} * 360°$ = 90,72° und $\gamma_{Jupiter} = \frac{92{,}0349\ d}{4336{,}93\ \mathrm{d}} * 360°$ = 7,64°
- Der Zentralwinkel γ_1 - γ_2 ist 83,07° groß.
- Die Distanz Erde - Jupiter beträgt am 27.12.2022 5,31 Astronomische Einheiten (AE). Eine AE entspricht dem mittleren Abstand Sonne - Erde und ist 149,598 Millionen Kilometer groß.

Ermittlung der Lichtgeschwindigkeit

Am Tage der Opposition ist Jupiter 5,2AE - 1AE = 4,2 AE von der Erde entfernt.

Am 27.12. sind es 5,31AE, eine Differenz von 1,11AE.

Die zwischen Opposition und 27.12. beobachtete Verspätung des Lichts beträgt 8,46 Minuten.

Die Differenz von 1,11AE wird in 8,46 Minuten zurückgelegt.

Daraus kann lässt sich eine Lichtgeschwindigkeit von

$c = \frac{1{,}11AE*149598000\text{km}}{8{,}46*60s}$ = 326420 km/s errechnen.

Die heute gültige Lichtgeschwindigkeit im Vakuum ist 299792,458 km/s.

Größenordnungsmäßig schon ganz akzeptabel, es bleibt aber ein Fehler von fast +9%

Fehlersuche:

Die Umlaufbahnen des Jupiters und der Erde sind nicht kreisförmig sondern elliptisch.

Die Bahnradien schwanken bei der Erde zwischen 0,983 und 1,017 AE, bei Jupiter zwischen 4,950 und 5,459 AE. Erde und Jupiter sind sich in Opposition mal näher mal weiter voneinander entfernt. Die Achsen der Ellipsen und damit das Perihel und Aphel (Sonnennächster bzw. Sonnenfernster Punkt auf der Umlaufbahn) wandern langsam um die Sonne herum.

Bei der Opposition 2022 ist die Distanz nur 3,953AE. Das ist die geringste Distanz seit 1963.

Nach REDSHIFT ist der Abstand Erde - Jupiter am 27.12.2022 nur 4,941AE groß

Vorausgesetzt, die Laufzeitverspätung des Lichts ist mit 8,46 Minuten korrekt ergibt das eine Lichtgeschwindigkeit von 291188 km/s was den Fehler mit etwa -3% schon erheblich reduziert.

Zum Schluss sei die Laufzeitverzögerung mit den von REDSHIFT angegebenen Entfernungen berechnet:

26.09.2022 21:00	3,953	AE
26.09.2022 20:53	3,953	AE
27.12.2022 21:50	4,941	AE
Differenz	0,99	AE
Laufzeitverzögerung	493,02	Sekunden
	8,22	Minuten

0,99AE*149598000 km/299792,458 km/s = 8,22 Minuten

Mit "Kepler" die mittlere Entfernung eines Planeten bestimmen:

Hier geht es nicht um Genauigkeit (!) sondern um einen Einstieg in das Prinzip. Die der Rechnung zugrunde liegenden Daten kann man durch eigene Beobachtung selbst ermitteln.

Sommeranfang, 21. Juni 2019, Mitternacht, Blickrichtung Süden. Der auffällig helle "Stern" ist der Planet Jupiter. Um 00:31 geht er durch den Meridian.
Genau ein Jahr zuvor war das gut zwei Stunden früher der Fall (22:06), im 2020 etwas mehr als zwei Stunden später. Jupiter "verspätet" sich pro Jahr also um durchschnittlich etwa zwei Stunden.
Wir können auch als Laien voraussagen, dass er zum Sommeranfang 2031 wieder gegen Mitternacht im Süden stehen wird und daraus schließen, dass seine Umlaufzeit 12 Jahre beträgt.
Mit dem Dritten Keplerschen Gesetz (Johannes Kepler, 1571 - 1630) können wir seine Entfernung zur Sonne berechnen:
Die Quadrate der Umlaufzeiten (*U*) zweier Planeten verhalten sich wie die Kuben ihrer Bahnradien (*a*).

$$\frac{U_1^2}{U_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Der Bahnradius der Erde ist zunächst unbekannt. Wir setzen hier eine 1 ein. Die Umlaufzeit um die Sonne ein Jahr.

$$\frac{U_{Erde^2}}{U_{Jupiter^2}} = \frac{a_{Erde^3}}{a_{Jupiter^3}}$$

$$\frac{1^2}{12^2} = \frac{1^3}{x^3}$$

Nach x umstellen und dritte Wurzel ziehen:

$$x = \sqrt[3]{12^2} = 5{,}241$$

Jupiter ist also mehr als fünfmal so weit von der Sonne entfernt wie die Erde.

Mit dem heute bekannten Bahnradius der Erde von etwa 150 Millionen Kilometer erhalten wir für die Distanz Sonne - Jupiter 786 Millionen Kilometer. Die Umlaufbahnen werden dabei vereinfachend als Kreise angenommen. Nach WIKIPEDIA beträgt die Umlaufzeit des Jupiter 11,86 Jahre und der Bahnradius 778,5 Millionen Kilometer.
Wenn Jupiter um Mitternacht im Süden steht, steht er von der Erde aus betrachtet, der Sonne gegenüber, also in Opposition zur Sonne.
Die Entfernung Erde - Jupiter beträgt nach unserer Rechnung damit a_{Jupiter} - a_{Erde} = 636 Millionen Kilometer.

Meridiandurchgänge des Jupiters jeweils zum 21.06 von 2010 - 2032:

MD: Meridiandurchgang, Δt: Differenz zum Vorjahr, RA: Rektaszension, D RA: Differenz zum Vorjahr

			21.06.						
			MD		Δ t*		RA		Δ RA
2010	21.06.		07:32		01:58		00:08		01:58
2011	21.06.		09:30		01:52		02:06		01:55
2012	21.06.		11:22		01:55		04:01		01:54
2013	21.06.		13:17		01:51		05:55		01:51
2014	21.06.		15:08		01:45		07:46		01:44
2015	21.06.		16:53		01:36		09:30		01:40
2016	21.06.		18:29		01:43		11:10		01:41
2017	21.06.		20:12		01:54		12:51		01:56
2018	21.06.		22:06		02:28		14:47		02:21
2019	21.06.		00:34		02:36		17:08		02:40
2020	21.06.		03:10		02:40		19:48		02:30
2021	21.06.		05:50		01:59		22:18		02:08
2022	21.06.		07:49		01:57		00:26		01:56
2023	21.06.		09:46		01:52		02:22		01:55
2024	21.06.		11:38		01:54		04:17		01:54
2025	21.06.		13:32		01:51		06:11		01:50
2026	21.06.		15:23		01:44		08:01		01:43
2027	21.06.		17:07		01:36		09:44		01:40
2028	21.06.		18:43		01:44		11:24		01:43
2029	21.06.		20:27		01:59		13:07		01:59
2030	21.06.		22:26		02:30		15:06		02:25
2031	21.06.		00:56		02:37		17:31		02:40
2032	21.06.		03:33				20:11		
				Ø t	**02:00**			Ø t	**02:00**

*) zum Vorjahr

Am 21. Juni 2018 stand Jupiter um 22:06 (MESZ) im Süden. Links (östlich) davon mit großem Abstand der gelbliche Saturn. 2019 ging er erst um 00:34 durch den Meridian, 2020 um 03:10. Der Abstand zum Saturn, dessen Meridiandurchgang sich ebenfalls, allerdings geringfügiger verspätete, wurde von Jahr zu Jahr geringer. Nachdem sich beide Planeten Ende 2020 trafen überholte der schnellere Jupiter den langsameren Saturn der 2022 rechts (westlich) des Jupiters steht. Der Abstand wird mit den nächsten Jahren wachsen. Erst 2040, also 20 Jahre nach der Konjunktion beider Planeten werden sich Jupiter und Saturn wieder treffen.

Wie lange braucht das Licht um den Erdbahndurchmesser zu durchqueren?

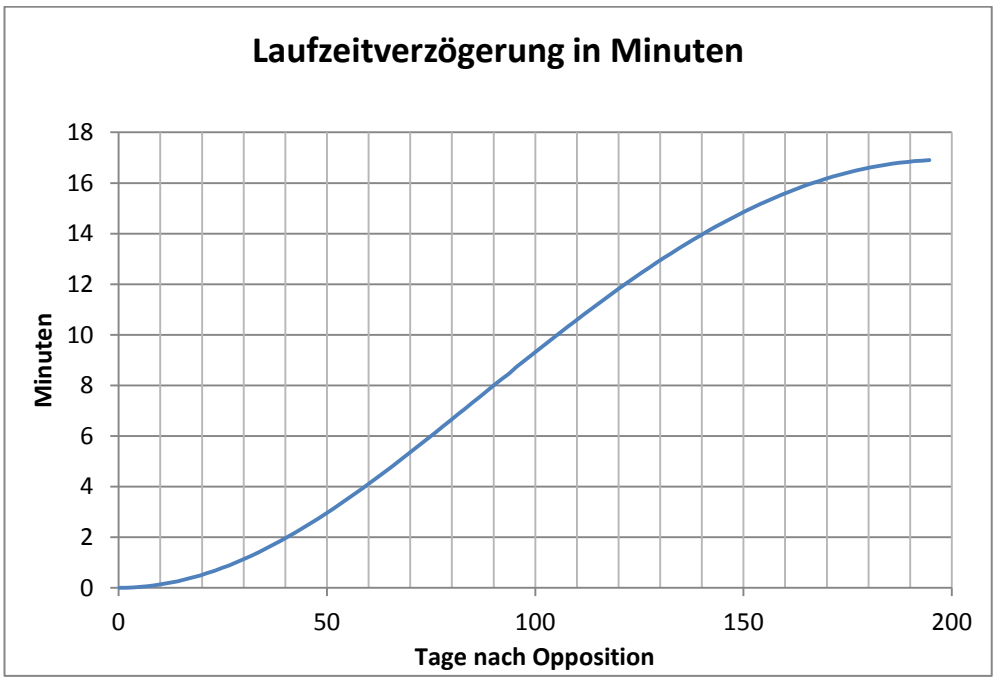
Römer schätzte die Laufzeitverzögerung zwischen Opposition und Konjunktion auf 22 Minuten.

Zwischen dem 13.06.1676 und dem 09.11. 1676 liegen 149 Tage

Da die Konjunktion aus der Erdperspektive hinter der Sonne stattfindet ist sie nicht beobachtbar.

Mit den für 2022 zur Verfügung stehenden Daten lassen sich folgende Überlegungen anstellen:

- Am 27.12., ein Vierteljahr (91,5 Tage) nach der Opposition am 26.09. ist die Laufzeitverzögerung auf 8,46 Minuten angewachsen.
- Unter der vereinfachenden Voraussetzung kreisförmiger Umlaufbahnen folgt unter Anwendung des Kosinussatzes, dass die Distanz Erde-Jupiter ist von 4,2 AE auf 5,2 angewachsen ist, also um 1 AE.
- Zur Konjunktion muss die Distanz 6,2 AE sein und die Differenz zur Opposition 2AE.
- Wenn man die nach einem Vierteljahr gemessene Laufzeitverzögerung verdoppelt erhalten wir 16,61 Minuten.
- Die doppelte AE (2 x 149600000 km) geteilt durch die Lichtgeschwindigkeit (≈ 300000 km/s) ergibt 16,62 Minuten.

.

Die Veränderung der Laufzeit folgt einer Sinuskurve